ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01

Câu 1. **[2D1-1.2-1]** Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 8x^3, y' > 0 \leftrightarrow x > 0$. Nên hàm số đã cho đồng biến trên $(0;+\infty)$

Câu 2. **[2D1-2.5-1]** Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + x + 1$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Hàm số bậc ba đã cho có $y' = -3x^2 6x + 1$ là tam thức bậc 2 có 2 nghiệm phân biệt nên hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 3. **[2D1-3.3-1]** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-2;1]$

A. $\max_{[-2;1]} y = 2$. **B.** $\max_{[-2;1]} y = 0$. **C.** $\max_{[-2;1]} y = 20$. **D.** $\max_{[-2;1]} y = 54$.

Lời giải

Chọn C

$y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn) hoặc $x = 2$ (loại)

$\Rightarrow y(-2) = 20; y(0) = 0; y(1) = 2$

Vậy: $\max_{[-2;1]} y = 20$

Câu 4. **[2D1-4.3-1]** Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ có các đường tiệm cận là:

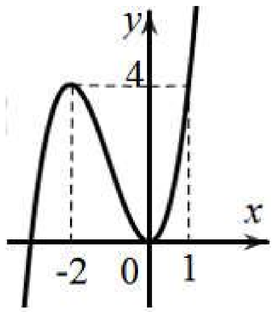
A. $y = -2$ và $x = -2$. **B.** $y = 2$ và $x = -2$. **C.** $y = -2$ và $x = 2$. **D.** $y = 2$ và $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Nhắc lại đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$ và đường tiệm cận đứng là $x = \frac{-d}{c}$.

Câu 5. **[2D1-5.2-1]** Cho đồ thị như hình vẽ bên. Đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 + 3x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2$. **C.** $y = -x^3 - 3x^2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 + 1$

Lời giải

Chọn A

Khi x tiến tới $+\infty$ thì y tiến tới $+\infty$, do đó hệ số của x^3 phải dương $\Rightarrow$ Loại B, C

Hàm số đi qua điểm $(0;0)$ nên hàm số ở ý D không thỏa mãn

Câu 6. **[2D2-1.2-1]** Cho biểu thức $P = \sqrt{x^4 \sqrt[3]{x}}$ với x là số dương khác 1. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $P = x\sqrt{x^2 \sqrt[3]{x}}$. **B.** $P = x^2.\sqrt[3]{x}$. **C.** $P = x^{\frac{13}{6}}$. **D.** $P = \sqrt[6]{x^{13}}$.

Lời giải

Chọn B.

Với $x > 0,\ x \neq 1$ thì $P = \sqrt{x^4.x^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{x^{\frac{13}{3}}} = \left(x^{\frac{13}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{13}{6}} = x^2.x^{\frac{1}{6}} = x^2\sqrt[6]{x}$.

Câu 7. [2D2-**2.1-**1] Tính giá trị của biểu thức $A = \log_a \dfrac{1}{a^2}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$

A. $A = -2$. **B.** $A = -\dfrac{1}{2}$. **C.** $A = 2$. **D.** $A = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $A = \log_a = \dfrac{1}{a^2} = \log_a a^{-2} = -2.\log_a a = -2$.

Câu 8. **[2H1-2.1-1]** Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp đôi thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ:

A. tăng 2 lần. **B.** tăng 4 lần. **C.** tăng 6 lần. **D.** tăng 8 lần.

Lời giải

Chọn D.

Giả sử chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp chữ nhật là $a,\ b,\ c$.

Thể tích của khối hộp là $V = abc$.

Khi tăng tất cả các cạnh của khối hộp lên gấp đôi thì thể tích khối hộp thu được là $V' = 2a.2b.2c = 8abc = 8V$

Câu 9. **[2H1-2.2-1]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=3a, AC=4a$, SB vuông góc (ABC), $SC=5a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $10a^3$. **B.** $30a^3$. **C.** $10a^3\sqrt{2}$. **D.** $5a^3$.

Lời giải

Chọn A.

Bước 1: Diện tích tam giác vuông tại A : $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.AB.AC$.

Bước 2: Tính độ dài đường cao $SB=\sqrt{SC^2-BC^2}$.

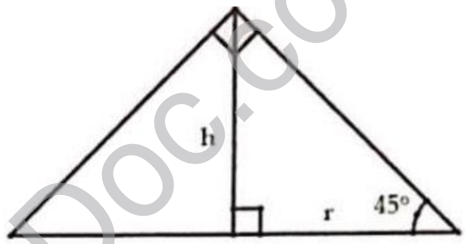
Bước 3: Thể tích khối chóp $V_{S.ABC}=\frac{1}{2}.S_{\Delta ABC}.SB=10a^3$ (đvtt).

Câu 10. **[2H2-1.4-1]** Cho hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng a (cm). Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V=\frac{a^3\pi}{8}cm^3$. **B.** $V=\frac{a^3\pi}{6}cm^3$. **C.** $V=\frac{a^3\pi}{24}cm^3$. **D.** $V=\frac{a^3\pi}{3}cm^3$.

Lời giải

Chọn C



Thiết diện qua trục của hình nón sẽ là một tam giác cân, từ giả thiết suy ra tam giác vuông cân. Đường cao từ đỉnh có góc vuông của thiết diện chính là đường cao của hình nón và độ dài cạnh huyền chính là đường kính đáy của hình nón. Do đó ta có: $r=\frac{a}{2}$ và $h=\frac{a}{2}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3=\frac{a^3\pi}{24}cm^3$.

Câu 11. **[2D1-2.7-2]** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-x^2+(2m-m^2)x-1$ có 2 điểm cực trị.

A. $m\neq 1$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m=1$. **D.** $m\in(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=x^2-2x+2m-m^2=(x-m)(x+m-2); y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=2-m\end{array}\right.$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq 2-m\Leftrightarrow m\neq 1$.

Câu 12. **[2D1-1.2-2]** Hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=\dfrac{1}{x}$ **B.** $y=x^4+5x^2$ **C.** $y=-x^3+2$ **D.** $y=\cot x$

Lời giải

Chọn C

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì hàm số đó phải xác định trên $\mathbb{R}$.

Các hàm số $y=\dfrac{1}{x}$ và $y=\cot x$ không xác định trên toàn tập $\mathbb{R}$

Hàm số bậc 4 không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Hàm số $y=-x^3+2$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $y'=-3x^2\le 0$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 13. **[2D1-2.7-2]** Cho hàm số $y=-2x^3+3x^2+5$. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng:

A. 5 **B.** 6. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$y'=-6x^2+6x=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=1$

$y''=-12x+6; y''(0)=6>0\Rightarrow x=0$ là điểm cực tiểu

Giá trị cực tiểu $y(0)=5$

Câu 14. **[2D1-2.8-2]** Cho hàm số $y=x^4+4x^3-m$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai:

A. Số cực trị của hàm số không phụ thuộc vào tham số m.

B. Số cực trị của hàm số phụ thuộc vào tham số m.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số có đúng một cực tiểu.

Lời giải

Chọn B

Hàm số có đạo hàm $y'=4x^3+12x^2=4x^2(x+3)$ nên số cực trị của hàm số không phụ thuộc vào tham số m $\Rightarrow$ Câu B sai

$y'=0$ có 2 nghiệm $x=0$ và $x=-3$ nhưng y' chỉ đổi dấu khi đi qua giá trị $x=-3$ (từ âm sang dương) nên hàm số có đúng 1 cực trị và là cực tiểu.

Câu 15. **[2D1-3.1-2]** Trong tất cả các hình chữ nhật có chu vi $40cm$. Hình chữ nhật có diện tích lớn nhất có diện tích S là

A. $S=100cm^2$ **B.** $S=400cm^2$ **C.** $S=49cm^2$ **D.** $S=40cm^2$

Lời giải

Chọn A.

$$S=ab\le\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\left(\frac{20}{2}\right)^2=100.$$

Câu 16. **[2D1-3.15-2]** Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s=-t^3+3t^2$. Khi đó vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (giây) bằng:

A. $t=2$ **B.** $t=0$ **C.** $t=1$ **D.** $\left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $v=s'=-3t^2+6t=-3(t-1)^2+3\le 3$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t=1$

Vậy vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t=1$

Câu 17. **[2D1-4.2-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn điều kiện $\lim\limits_{x\to+\infty} y=a\in\mathbb{R}; \lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty; \lim\limits_{x\to x_0^-} y=+\infty$.

Chọn ***mệnh đề sai*** trong các mệnh đề sau?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang $y=a$.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=x_0$.

Lời giải

Chọn B.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=a\in\mathbb{R}\Rightarrow y=a$ là 1 đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên ta không thể kết luận được về tiệm cận ngang và đứng.

$\lim\limits_{x\to x_0^-} y=+\infty$ là tiệm cận đứng.

Câu 18. **[2D1-4.5-2]** Đồ thị hàm số nào sau đây không có đường tiệm cận:

A. $y=\dfrac{x}{2x^2-1}$ **B.** $y=-x$ **C.** $y=\dfrac{x-2}{3x+2}$ **D.** $y=x+2-\dfrac{1}{x-3}$

Lời giải

Chọn B

Câu 19. **[2D1-6.2-2]** Biết rằng đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x+2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $x_0;y_0$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0

A. $y_0=2$ **B.** $y_0=4$ **C.** $y_0=0$ **D.** $y_0=-1$

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3+x+2=-2x+2\to x=0$. Nên $x_0=2\to y_0=2$

Câu 20. **[2D1-4.9-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. $m<0$ **B.** $m=0$

C. $m>0$ **D.** Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Lời giải

Chọn C

Anh nghĩ câu này khá hay và lạ. Để tìm tiệm cận ngang ta phải tính các giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty} y, \lim\limits_{x\to+\infty} y$. Quan sát các đáp án ta dễ dàng thấy được chỉ có giá trị $m>0$ thì mới thỏa mãn yêu cầu đề bài ra.

Nếu $m=0$ thì $y=x+1$ không có tiệm cận, $m<0$ thì xét dưới mẫu số ta thấy x có điều kiện ràng buộc nên không thể xét x tới vô cùng được

Nếu $m>0$ thì ta có $\lim\limits_{x\to\infty} y=\dfrac{x\left(\dfrac{1}{x}+1\right)}{|x|\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}$ sẽ có 2 tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{\sqrt{m}}, y=\dfrac{-1}{\sqrt{m}}$

Câu 21. **[2D2-5.2-2]** Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$

A. $x=63$ **B.** $x=65$ **C.** $x=82$ **D.** $x=80$

Lời giải

Chọn B

$\log_4(x-1)=3\to x-1=4^3\to x=65$

Câu 22. **[2D2-3.3-2]** Cho các số thực dương a, b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$ **B.** $\log_{a^2}(ab)=2+\log_a b$

C. $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{4}\log_a b$ **D.** $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{2}\log_a b$

Lời giải

Chọn A

Các em áp dụng công thức này nhé:

$\log_{a^x} b^y=\dfrac{y}{x}\log_a b, \log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$ ta sẽ được kết quả là đáp án A

Câu 23. **[2D2-6.2-2]** Tìm nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1)>3$.

A. $x<\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{3}<x<\dfrac{3}{8}$. **C.** $x>\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{3}<x<\dfrac{5}{8}$.

Lời giải

Chọn B.

Khi giải bất phương trình logarit chú ý đặt điều kiện và cơ số lớn hơn hay nhỏ hơn 1.

Điều kiện: $3x-1>0\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{3}; \log_{\frac{1}{2}}(3x-1)>3\Leftrightarrow 3x-1<\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow x<\dfrac{3}{8}$.

Kết hợp điều kiện suy ra nghiệm của bất phương trình là $\dfrac{1}{3}<x<\dfrac{3}{8}$.

Cách khác: Có thể sử dụng MTCT để giải nhanh bài toán này. Nhập MODE + 7 (TABLE)

Nhập $f(X)=\log_{\frac{1}{2}}(3X-1)-3 \longrightarrow \begin{cases} Start: X=\dfrac{1}{3} \\ End: X=\dfrac{5}{8} \\ Step: X=\dfrac{1}{15}\left(\dfrac{5}{8}-\dfrac{1}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow f(x)>0, \forall x \in \left(\dfrac{1}{3};\dfrac{3}{8}\right)$.

Câu 24. **[2D2-4.2-2]** Cho các hàm số sau:

(1) $y=(x-2)^{\pi}$. (2) $y=(x-2)^{-2}$. (3) $y=(x-2)^{\frac{1}{3}}$.

(4) $y=\dfrac{1}{x-2}$. (5) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$. (6) $y=\sqrt[3]{x-2}$.

Hỏi có bao nhiêu hàm số có tập xác định là $D=(2;+\infty)$?

A. 1 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn C.

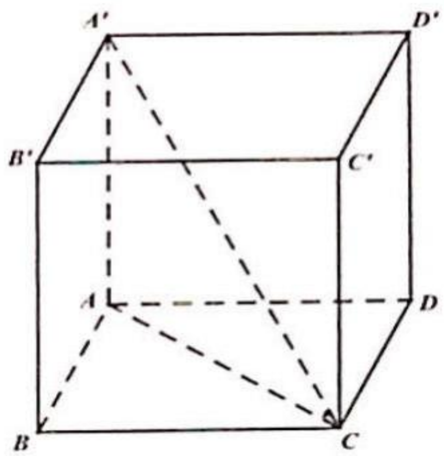
Các hàm số (1), (3), (5) có tập xác định là $D=(2;+\infty)$; các hàm số (2) (4) có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{2\}$; hàm số (6) có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 25. **[2H1-3.3-2]** Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh đáy bằng a. Góc giữa $A'C$ và đáy $(ABCD)$ bằng $45°$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^2\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Lăng trụ tứ giác **đều** $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ **đứng** và có đáy là **hình vuông**.

Góc giữa $A'C$ và đáy $(ABCD)$ là $\widehat{A'CA}=45°$

Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}a^2, AC=a\sqrt{2}, AA'=AC.\tan\widehat{A'CA}=a\sqrt{2}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=a\sqrt{2}.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 26. **[2H2-1.1-2]** Cho hình nón (N) có đỉnh O và tâm của đáy là H. (α) là mặt phẳng qua O. Nên kí hiệu $d(H;(\alpha))$ là khoảng cách từ H đến mặt phẳng (α). Biết chiều cao và bán kính đáy của hình nón lần lượt là h, r. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Nếu $d(H,(\alpha))>\frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)=\varnothing$.

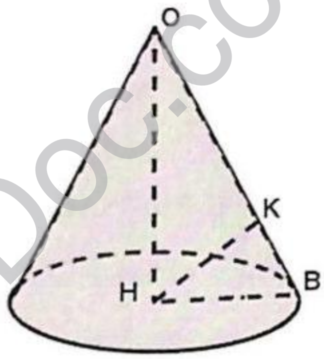
B. Nếu $d(H,(\alpha))<\frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là tam giác cân.

C. Nếu $d(H,(\alpha))=\frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là đoạn thẳng.

D. Nếu $d(H,(\alpha))>\frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là một điểm.

Lời giải

Chọn A.



Xét tam giác OBH vuông tại H có đường cao HK ta có $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{h^2}+\frac{1}{r^2}\Rightarrow HK=\frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$.

Do đó ta có các vị trí tương đối giữa mặt phẳng qua đỉnh và hình nón là:

Nếu $d(H,(\alpha))<\frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là tam giác cân.

Nếu $d(H,(\alpha))=\frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là đoạn thẳng.

Nếu $d(H,(\alpha))>\frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là một điểm là O.

Câu 27. **[2H2-1.5-2]** Cho khối nón (N) đỉnh O có bán kính đáy là r. Biết thể tích khối nón (N) là V_0. Tính diện tích S của thiết diện qua trục của khối nón.

A. $S=\dfrac{V_0}{\pi r}$. **B.** $S=\dfrac{3V_0}{\pi r^2}$. **C.** $S=\dfrac{3V_0}{\pi r}$. **D.** $S=\dfrac{3\pi r}{V_0}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có công thức $V_0=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h\Rightarrow h=\dfrac{3V_0}{\pi r^2}$.

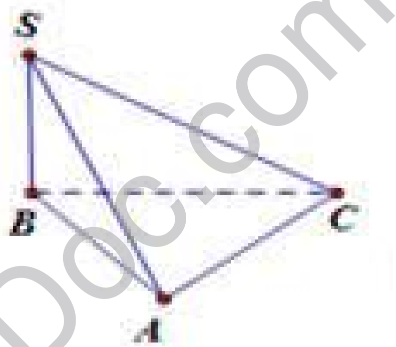
Từ đó diện tích thiết diện qua trục $S=\dfrac{1}{2}AB.OH=\dfrac{1}{2}.2r.\dfrac{3V_0}{\pi r^2}=\dfrac{3V_0}{\pi r}$.

Câu 28. **[2H1-4.1-2]** Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có (SBA) và (SBC) cùng vuông góc với (ABC), đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SC bằng $a\sqrt{7}$. Đường cao của khối chóp $SABC$ bằng

A. a **B.** $2a\sqrt{2}$ **C.** $a\sqrt{6}$ **D.** $a\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn C



$\begin{cases}(SBA)\perp(ABC)\perp(SBC)\\(SBA)\cap(SBC)=SB\end{cases}\Rightarrow SB\perp(ABC)$

$BC=AB=AC=a$ do tam giác ABC đều

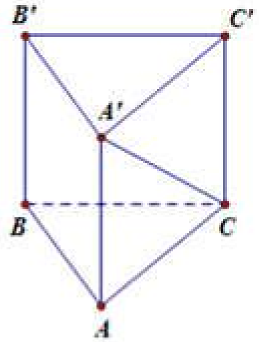
$SB=\sqrt{SC^2-BC^2}=a\sqrt{6}$.

Câu 29. **[2H1-4.2-2]** Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A cạnh AB bằng $a\sqrt{3}$, góc giữa $A'C$ và (ABC) bằng 45^0. Khi đó đường cao của lăng trụ bằng:

A. a **B.** $a\sqrt{3}$ **C.** $a\sqrt{2}$ **D.** $3a$

Lời giải

Chọn B



A là hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow \left(\widehat{A'C,(ABC)}\right) = 45^0 = \widehat{A'CA}$

Lại có $AC = a\sqrt{3}$ vì tam giác ABC cân tại A.

Tam giác $AA'C$ vuông tại A có góc $\widehat{A'CA} = 45^0$ nên vuông cân tại A

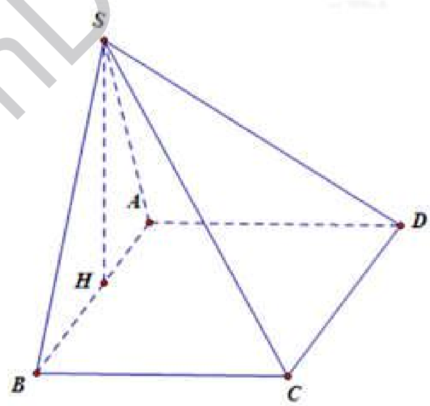
$\Rightarrow AA' = a\sqrt{3}$.

Câu 30. **[2H1-2.2-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = a, \text{SA} = \text{a}$, $\text{SB} = \text{a}\sqrt{3}$, (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Khi đó thể tích của khối chóp $SABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $a^3\sqrt{3}$ **D.** $2a^3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A



Dễ thấy $SA^2 + SB^2 = AB^2 = 4\text{a}^2$ do đó tam giác SAB vuông tại S. Dựng $SH \perp AB$, mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$

Do đó $SH \perp (ABCD)$

Lại có $SH = \dfrac{SA.SB}{AB} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Do vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 31. **[2D1-3.8-3]** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^3 x-3\sin x$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{3}\right]$

A. -2 **B.** 0 **C.** $-\frac{9\sqrt{3}}{8}$ **D.** $-\frac{5\sqrt{2}}{4}$

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\text{sinx}$ với $\text{x}\in\left[0;\frac{\pi}{3}\right]\Rightarrow t\in\left[0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right]\Rightarrow|t|<1$

$y=t^3-3t\Rightarrow y'=3t^2-3<0\Rightarrow y=f\left(x\right)=\sin^3 x-3\sin x\ge f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\frac{9\sqrt{3}}{8}$.

Câu 32. **[2D1-2.8-3]** Cho hàm số $y=mx^4+\left(m^2-9\right)x^3+10$. Tìm m để hàm số có 3 điểm cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l}m<-1\\0<m<2\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}m<-3\\0<m<3\end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l}m<3\\-1<m<0\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}m<0\\1<m<3\end{array}\right.$

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=mx^4+\left(m^2-9\right)x^2+10,\forall\text{x}\in\mathbb{R}$. Ta có $\text{y}'=4\text{mx}^3+2\left(m^2-9\right)x$

Phương trình $y'=0\Leftrightarrow 4mx^3+2\left(m^2-9\right)x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2mx^2=9-m^2\ (*)\end{array}\right.$

Để hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

Hay $\begin{cases}m\ne 0\\\frac{9-m^2}{m}>0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<m<3\\m<-3\end{array}\right.$ là giá trị cần tìm.

Câu 33. **[2D2-3.3-3]** Cho $\log_2 5=a;\log_3 5=b$. Tính $\log_6 1080$ theo a và b ta được:

A. $\frac{ab+1}{a+b}$ **B.** $\frac{2a+2b+ab}{a+b}$ **C.** $\frac{3a+3b+ab}{a+b}$ **D.** $\frac{2a-2b+ab}{a+b}$

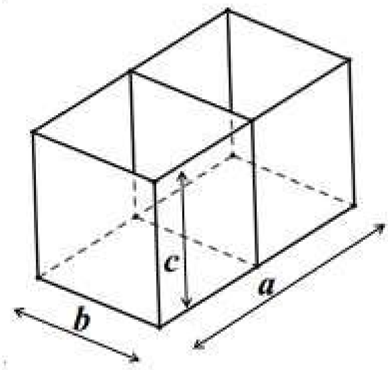
Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2 3=\frac{\log_5 3}{\log_5 2}=\frac{\log_2 5}{\log_3 5}=\frac{a}{b}$

$\Rightarrow\log_6 100=\frac{\log_2\left(2^3\times 3^3\times 5\right)}{\log_2 6}=\frac{3+3\log_2 3+\log_2 5}{1+\log_2 5}=\frac{3+\frac{3a}{b}+a}{1+\frac{a}{b}}=\frac{3b+3a+ab}{a+b}$.

Câu 34. **[2H2-3.2-3]** Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn, không có nắp ở phía trên với thể tích 1,296 m^3. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với 3 kích thước *a*, *b*, *c* như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước *a*, *b*, *c* bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dầy của kính không đáng kể.



A. $a = 3,6m;\ b = 0,6m;\ c = 0,6m$

B. $a = 2,4m;\ b = 0,9m;\ c = 0,6m$

C. $a = 1,8m;\ b = 1,2m;\ c = 0,6m$

D. $a = 1,2m;\ b = 1,2m;\ c = 0,9m$

Lời giải

Chọn C.

Thể tích bể cá là: $V = abc = 1,296$

Diện tích tổng các miếng kính là $S = ab + 2ac + 3bc$ (kể cả miếng ở giữa)

Ta có: $\frac{S}{abc} = \underbrace{\frac{1}{c} + \frac{2}{b} + \frac{3}{a} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{c}.\frac{2}{b}.\frac{3}{a}}}_{Cauchy\ cho\ 3\ so\ \frac{1}{c},\frac{2}{b},\frac{3}{a}} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt{abc}} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt{1,296}}$

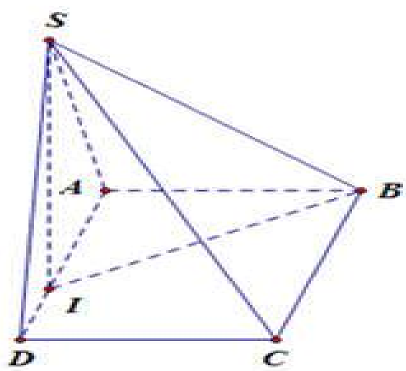
Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} \frac{1}{c} = \frac{2}{b} = \frac{3}{a} \\ abc = 1,296 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1,8 \\ b = 1,2 \\ c = 0,6 \end{cases}$.

Câu 35. **[2H1-2.1-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $ABCD$ là điểm I thuộc AD sao cho $AI = 2ID, SB = \frac{a\sqrt{7}}{2}$, $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a. Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{18}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{18}$

Lời giải

Chọn C.



Ta có $SI \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SI.S_{ABCD}$

$AI = 2ID \Rightarrow AI = \frac{2}{3}AD = \frac{2a}{3} \Rightarrow BI = \sqrt{AI^2 + AB^2} = \frac{a\sqrt{13}}{3}$

Xét tam giác vuông SB, $SI^2 + IB^2 = SB^2$

$$\Leftrightarrow SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{7}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{13}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{11}}{6}$$

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SI.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{11}}{6}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{11}}{18}$.

Câu 36. **[2D1-6.3-3]** Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^2\left|x^2 - 2\right|$ tại 6 điểm phân biệt.

A. $0 < m < 2$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $1 < m < 2$. **D.** Không tồn tại m.

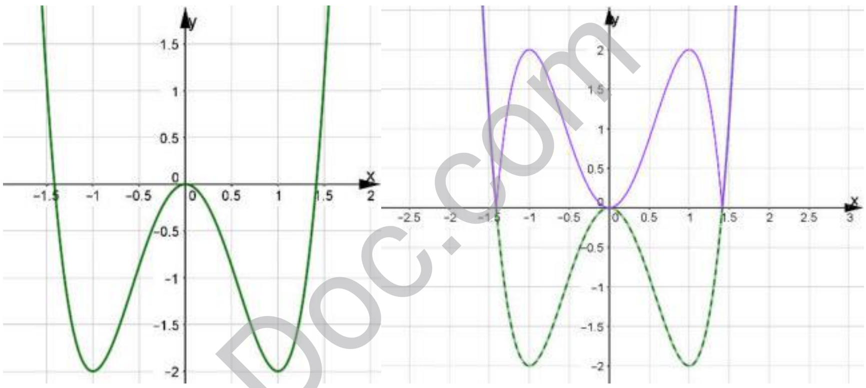
Lời giải

Chọn A.

☑ Xét hàm số $y = g(x) = 2x^2\left(x^2 - 2\right) = 2x^4 - 4x^2$

Ta có $g'(x) = 8x^3 - 8x = 8x\left(x^2 - 1\right) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Ta có đồ thị hàm số $g(x) = 2x^4 - 4x^2$, từ đó suy ra đồ thị hàm số $y = 2x^2\left|x^2 - 2\right|$



Dựa vào đồ thị để phương trình có 6 nghiệm phân biệt khi $0 < m < 2$.

Câu 37. **[2D1-1.1-4]** Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = mx^3 + 3x^2 + m^2, (m \neq 0)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;a),(b;+\infty)$ sao cho $|a - b| = 2$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số m.

Lời giải

Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 3mx^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow 3mx^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{2}{m} \end{array}\right.$. Điều kiện $m \neq 0$.

Vẽ bảng xét dấu đạo hàm y' ta cần biết dấu của hệ số $a = 3m$. Ta có nhận xét sau:

Nếu $a = 3m > 0 \Rightarrow x_2 < x_1$ thì ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$ x_2 x_1 $+\infty$
y'	+ 0 - 0 +

Khi đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;x_2)$ và $(x_1;+\infty)$. Không thỏa đề nên loại trường hợp $a=3m>0$.

Nếu $a=3m<0 \Leftrightarrow m<0 \Rightarrow x_1<x_2$, ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$ x_1 x_2 $+\infty$
y'	- 0 + 0 -

Dựa vào bảng xét dấu ta nhận thấy hàm số chỉ luôn đồng biến trên khoảng $(x_1;x_2)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow |x_2-x_1|=2 \Leftrightarrow \left|-\dfrac{2}{m}-0\right|=2 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{m}=1 \Leftrightarrow m=-1$.

Câu 38. **[2D2-3.1-4]** Cho $a=10^{\frac{m}{n-\log b}};b=10^{\frac{m}{n-\log c}}$ với a,b,c,m,n là các số nguyên sao cho các biểu thức có nghĩa. Tính biểu thức $\log c$ theo $\log a$.

A. $\log c=\dfrac{(m^2-n)\log a-mn}{n\log a-m}$.

B. $\log c=\dfrac{(n^2-m)\log a-mn}{n\log a-m}$.

C. $\log c=\dfrac{(n^2-m)\log a-n}{n\log a-mn}$.

D. $\log c=\dfrac{(m^2-n)\log a-mn}{m\log a-n}$.

Lời giải

Chọn B.

$a=10^{\frac{m}{n-\log b}} \Leftrightarrow \log a=\dfrac{m}{n-\log b} \Leftrightarrow n-\log b=\dfrac{m}{\log a} \Leftrightarrow \log b=\dfrac{n\log a-m}{\log a}$;

$b=10^{\frac{m}{n-\log c}} \Leftrightarrow \log b=\dfrac{m}{n-\log c}$

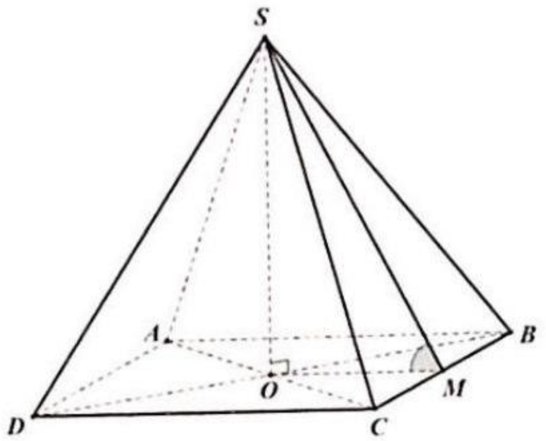
Ta có $\log b=\dfrac{m}{n-\log c}=\dfrac{n\log a-m}{\log a} \Leftrightarrow n-\log c=\dfrac{m\log a}{n\log a-m} \Leftrightarrow \log c=\dfrac{(n^2-m)\log a-mn}{n\log a-m}$

Câu 39. **[2H2-1.4-4]** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Độ dài $SB=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính thể tích khối nón có đỉnh S và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{27}$. **D.** $a^3\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi M là trung điểm BC **.** Ta chứng minh được góc giữa mặt bên (SBC) và đáy $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SMO} = 60°$.

Đặt $AB = x$. Độ dài $SO = OM.\tan 60° = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$.

$$\Rightarrow SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = \sqrt{\left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{x\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = a$$

Khối nón có chiều cao $h = SO = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, bán kính đáy $R = OM = \dfrac{a}{2}$.

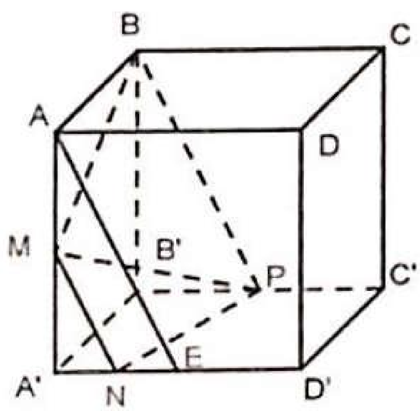
Thể tích $V = \dfrac{1}{3}V_{\text{đáy}}.h = \dfrac{1}{3}\pi R^2.h = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$.

Câu 40. **[2H2-2.1-4]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của AA' và $B'C'$. N là điểm thuộc cạnh $A'D'$ thỏa mãn $3A'N = ND'$. Tính diện tích S_0 của thiết diện của (MNP) với hình lập phương.

A. $S_0 = \dfrac{3a^2\sqrt{85}}{32}$. **B.** $S_0 = \dfrac{15a^2}{32}$. **C.** $S_0 = \dfrac{3a^2\sqrt{21}}{8}$. **D.** $S_0 = \dfrac{3a^2\sqrt{21}}{16}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi E là trung điểm của $A'D'$. Khi đó $MN//AE//BP$. Do đó thiết diện cần tìm là hình thang $MNPB$. Dựa vào các tam giác vuông thì $BP=\sqrt{BB'^2+B'P^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$ và

$MN=\dfrac{1}{2}AE=\dfrac{a\sqrt{5}}{4}$.

$MB=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}; NP=\sqrt{a^2+\dfrac{a^2}{16}}=\dfrac{a\sqrt{17}}{4}$;

$MP=\sqrt{PA'^2+A'M^2}=\sqrt{A'B'^2+B'P^2+A'M^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Sử dụng công thức Hê-rông để tính $S_{\Delta MPB}=\dfrac{a^2\sqrt{21}}{8}$.

Ta có chiều cao hình thang là $h=\dfrac{2S_{\Delta MBP}}{BP}=\dfrac{2.\dfrac{a^2\sqrt{21}}{8}}{\dfrac{a\sqrt{5}}{2}}=\dfrac{a\sqrt{105}}{10}$.

Vậy $S_0=\dfrac{h\left(MN+BP\right)}{2}=\dfrac{3a^2\sqrt{21}}{16}$.

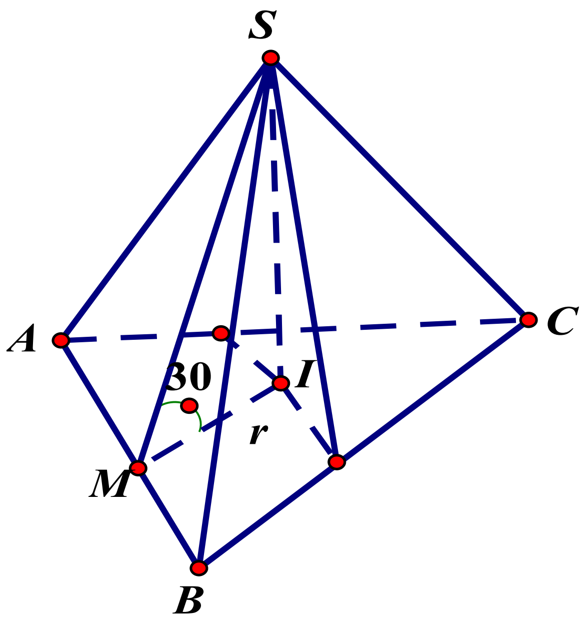
PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. (1,0 điểm) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 thỏa $x_1^2+x_2^2=6$.

Đáp án chi tiết	*Điểm*
$y'=3x^2-6x+m$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x+m=0 \quad (1)$	***0,25***
Hàm số đã cho có cực trị khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt hay $\Delta'=9-3m>0\Leftrightarrow m<3$.	***0,25***
Khi đó hàm số có cực trị x_1, x_2 là nghiệm phương trình (1). Theo Viet, ta có $x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=4-\dfrac{2m}{3}$.	***0,25***
Yêu cầu bài toán tương đương với: $4-\dfrac{2m}{3}=6\Leftrightarrow m=-3 \ (n)$.	***0,25***

Bài 2. (1,0 điểm) Cho hình chóp tam giác S.ABC biết $AB = 3, BC = 4, CA = 5$. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$ biết các mặt bên của hình chóp đều tạo với đáy một góc 30 độ

Lời giải



Dễ thấy tam giác ABC vuông tại B

$S_{\Delta ABC} = 6$

Gọi p là nữa chu vi

$$p = \frac{3+4+5}{2} = 6$$

$S = pr \Rightarrow r = 1$

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, từ giả thiết các mặt bên tạo với đáy một góc 30 độ ta suy ra I là chân đường cao của khối chóp

$$\tan 30^0 = \frac{SI}{MI} \Rightarrow SI = MI.\tan 30^0 = 1.\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SI = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.B	5.A	6.B	7.A	8.D	9.A	10.C
11.A	12.C	13.A	14.B	15.A	16.C	17.B	18.B	19.A	20.C
21.B	22.A	23.B	24.C	25.D	26.A	27.B	28.C	29.B	30.A
31.C	32.B	33.C	34.C	35.C	36.A	37.B	38.B	39.A	40.D

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-1.4-1]**: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+9x+4$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây:

A. $(-1;3)$ **B.** $(-3;1)$ **C.** $(-\infty;-3)$ **D.** $(3;+\infty)$

Lời giải

Chọn A.

$D=\mathbb{R}$

$y'=-3x^2+6x+9;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

$y'>0, \forall x\in(-1;3)$

Câu 2. **[2D1-4.4-1]** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

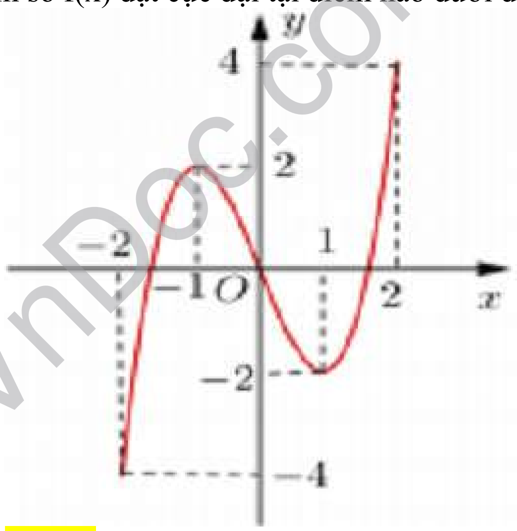
A. $x=1$ **B.** $y=-1$ **C.** $y=2$ **D.** $x=-1$

Lời giải

Chọn D.

Rõ ràng đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ nhận đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng.

Câu 3. **[2D1-2.5-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số f(x) đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=-2$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=1$ **D.** $x=2$

Lời giải

Chọn B.

Từ hình vẽ ta có ngay hàm số f(x) đạt cực đại tại điểm $x=-1$

Câu 4. **[2D1-2.6-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Hàm số có:

A. Một cực đại. **B.** Một cực tiểu.

C. Một cực đại và một cực tiểu. **D.** Không có cực trị.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

• Đạo hàm: $y'=-\dfrac{2}{(x-1)^2}<0$ với $\forall x\in D$ $\Rightarrow$ Hàm số không có cực trị.

• Nhận xét rằng hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất không có cực trị nên ta thấy ngay việc lựa chọn đáp án D là đúng

Câu 5. **[2D2-3.2-1]** Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$ **B.** $\ln(ab)=\ln a\ln b$

C. $\ln\frac{a}{b}=\frac{\ln a}{\ln b}$ **D.** $\ln\frac{a}{b}=\ln b-\ln a$

Lời giải

Chọn A.

Với các số thực dương a,b bất kì ta có $\ln(a.b)=\ln a+\ln b$ và $\ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b$

Câu 6. **[2D2-5.1-1]** Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$

A. $x=63$ **B.** $x=65$ **C.** $x=80$ **D.** $x=82$

Lời giải

Chọn B.

Biến đổi $\log_4(x-1)=3\Leftrightarrow x-1=4^3\Leftrightarrow x=65$ hoặc sử dụng MTCT thử các kết quả bằng phím CALC

Câu 7. **[2D2-4.2-1]** Tính đạo hàm của hàm số $y=13^x$.

A. $y'=x.13^{x-1}$ **B.** $y'=13^x.\ln 13$ **C.** $y'=13^x$ **D.** $y'=\frac{13^x}{\ln 13}$

Lời giải

Chọn B.

Áp dụng công thức đạo hàm: $(a^x)'=a^x\ln a,\forall x\in\mathbb{R}$ với $a>0,a\neq 1$

Câu 8. **[2D1-2.5-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $R\backslash\{0\}$ và có bảng biến thiên: Khẳng định nào sau đây là khẳng định **SAI**?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	‖	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	-2	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2	↗	$+\infty$

A. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 2 và giá trị cực tiểu bằng -2

D. Hàm số có hai cực trị.

Lời giải

Chọn C.

Khẳng định **C sai** vì hàm số có giá trị cực đại bằng -2 và giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 9. **[2D1-2.6-2]** Cho hàm số $y=\frac{x^2-x+4}{x-1}$. Tích các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số bằng:

A. -15. **B.** -10. **C.** -5. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

• Đạo hàm: $y'=1-\frac{4}{(x-1)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow 1-\frac{4}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow (x-1)^2=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-1\\ x_2=3\end{array}\right.$.

Khi đó, tích các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số bằng:

$P=y(-1).y(3)=\frac{(-1)^2+1+4}{-1-1}.\frac{3^2-3+4}{3-1}=-15$.

Câu 10. **[2D1-4.6-2]** Đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{\sqrt{x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn D.

$y=\frac{2x-3}{\sqrt{x^2-1}}$ TXĐ: $D=(-\infty;1)\cup(1;=\infty)$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-2$ suy ra đường thẳng $y=-2$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-2$ suy ra đường thẳng $y=2$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to1^+} y=-\infty$ suy ra đường thẳng $x=1$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-1^-} y=-\infty$ suy ra đường thẳng $x=-1$ là TCN của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có tổng cộng 4 đường tiệm cận.

Câu 11. **[2D1-6.1-2]** Cho hàm số $(C): y=\frac{4x-6}{x-1}$. Tổng bình phương các hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C) với đường thẳng $y=6x+5$ bằng:

A. $\frac{5}{36}$. **B.** $\frac{7}{36}$. **C.** $\frac{11}{36}$. **D.** $\frac{13}{36}$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$\frac{4x-6}{x-1}=6x+5\Leftrightarrow\begin{cases} x\neq1\\ 6x^2-5x+1=0\end{cases}\Leftrightarrow x_1=\frac{1}{3}$ và $x_2=\frac{1}{2}\Rightarrow x_1^2+x_2^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{36}$.

Câu 12. **[2D1-3.4-2]** GTNN của hàm số $y=x-5+\frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2};5\right]$

A. $-\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** -3 **D.** -2

Lời giải

Chọn C.

$\Rightarrow y'=1-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1\\ x=1\end{array}\right.(L)$

$f(1)=-3; f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{2}; f(5)=\frac{1}{5}$

Vậy GTNN của hàm số là -3.

Câu 13. **[2D1-1.4-2]** Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên tập xác định (các khoảng xác định)?

A. $y=-x^3-x$ **B.** $y=x^4+x^2$ **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ **D.** $y=\dfrac{1-x}{x-2}$

Lời giải

Chọn A.

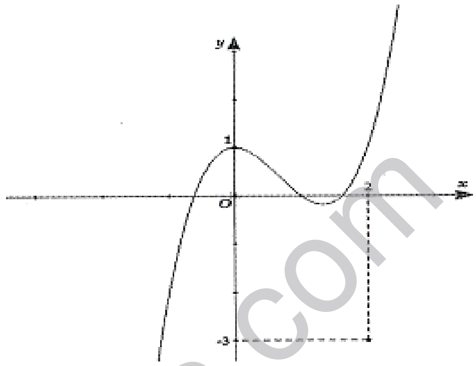
Ta có: $y=-x^3-x \Rightarrow y'=-3x^2-1<0$ với mọi x nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Hàm trùng phương $y=x^4+x^2$ luôn có cực trị nên không đồng biến trên R.

$y=\dfrac{x-1}{x-2} \Rightarrow y'=\dfrac{-1}{(x-2)^2}<0$ với mọi x thuộc tập xác định nên hàm số nghịch biến.

$y=\dfrac{1-x}{x-2} \Rightarrow y'=\dfrac{1}{(x-2)^2}>0$ với mọi x thuộc tập xác định nên hàm số đồng biến.

Câu 14. **[2D1-5.1-2]** Đồ thị hàm số ở hình bên dưới là của đáp án:



A. $y=x^3-2x^2+1$ **B.** $y=x^3-x^2+1$

C. $y=x^3-2x^2+2$ **D.** $y=x^3-3x^2+1$

Lời giải

Chọn A.

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ nên loại C.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ nên loại B, D.

Câu 15. **[2D1-6.2-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

X	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1 ‖ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $[-1;2]$ **B.** $(-1;2)$ **C.** $(-1;2]$ **D.** $(-\infty;2]$

Lời giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên trên ta có ngay $-1<m<2 \Leftrightarrow m\in(-1;2)$ thỏa mãn bài toán

Câu 16. **[2D1-2.3-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên: Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	$-\frac{1}{3}$	↗	1	↘	$-\infty$

A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

B. Hàm số có GTLN bằng 1, GTNN bằng $-\frac{1}{3}$

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Lời giải

Chọn C.

Nhận thấy hàm số đạt cực đại tại $x_{CD}=3$, giá trị cực đại bằng 1 và đạt cực tiểu tại $x_{CT}=1$, giá trị cực tiểu bằng $-\frac{1}{3}$.

Câu 17. **[2D2-1.2-2]** Cho biểu thức $P=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}$, với $x>0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P=x^{\frac{1}{2}}$ **B.** $P=x^{\frac{13}{24}}$ **C.** $P=x^{\frac{1}{4}}$ **D.** $P=x^{\frac{2}{3}}$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $P=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2\sqrt{x^3}}}=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.x^{\frac{3}{2}}}}=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}}=\sqrt[4]{x.x^{\frac{7}{6}}}=\sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}}=x^{\frac{13}{24}}$

Câu 18. **[2D2-3.2-2]** Cho các số thực dương a, b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(a^2\sqrt{b}\right)=6+\frac{3}{2}\log_a b$ **B.** $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(a^2\sqrt{b}\right)=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\log_a b$

C. $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(a^2\sqrt{b}\right)=\frac{3}{2}\log_a b$ **D.** $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(a^2\sqrt{b}\right)=\frac{1}{6}\log_a b$

Lời giải

Chọn A.

$\log_{\sqrt[3]{a}}\left(a^2\sqrt{b}\right)=\log_{a^{\frac{1}{3}}}\left(a^2b^{\frac{1}{2}}\right)=3\log_a\left(a^2b^{\frac{1}{2}}\right)=3\left(\log_a a^2+\log_a b^{\frac{1}{2}}\right)$

$=3\left(2+\frac{1}{2}\log_a b\right)=6+\frac{3}{2}\log_a b$

Câu 19. **[2D2-6.1-2]** Phương trình $\log_3\left(6x^3-7x+1\right)=\log_3\left(x^2-3x+2\right)$ có tập nghiệm là:

A. $T=\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right\}$. **B.** $T=\left\{\frac{1}{2};-\frac{1}{3}\right\}$. **C.** $T=\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right\}$. **D.** $T=\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} x^2-3x+2>0 \\ 6x^3-7x+1=x^2-3x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<1 \end{array}\right. \\ 6x^3-x^2-4x-1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<1 \end{array}\right. \\ (x-1)(6x^2+5x+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<1 \end{array}\right. \\ x=1, x=-\frac{1}{2}, x=-\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}; x=-\frac{1}{3}$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T=\left\{-\frac{1}{2};-\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 20. **[2D2-5.3-2]** Phương trình $3^{1+x}+3^{1-x}=10$ có tập nghiệm là:

A. $T=\{-1;0\}$. **B.** $T=\{0;1\}$. **C.** $T=\{-1;1\}$. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

Biến đổi phương trình về dạng:

$3.3^x+3.3^{-x}=10$.

Đặt $t=3^x, (t>0)$, phương trình có dạng:

$$3t+\frac{3}{t}=10 \Leftrightarrow 3t^2-10t+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{3} \\ t=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x=\frac{1}{3} \\ 3^x=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right. .$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T=\{\pm 1\}$.

Câu 21. **[2D2-1.0-2]** Một người đầu tư 100 triệu đồng vào một công ty theo thể thực lãi kép với lãi suất 13% một năm. Hỏi nếu sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được bao nhiêu tiền lãi ? (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không thay đổi)

A. $100\left[(1,13)^5-1\right]$ (triệu đồng) **B.** $100\left[(1,13)^5+1\right]$ (triệu đồng)

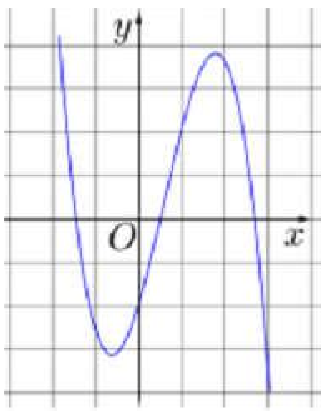
C. $100\left[(0,13)^5-1\right]$ (triệu đồng) **D.** $100(0,13)^5$ (triệu đồng)

Lời giải

Chọn A.

Ta có số tiền lãi là $100\left[(1+13\%)^5-1\right]=100\left(1.13^5-1\right)$.

Câu 22. **[2D1-5.3-3]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $a<0,b>0,c>0,d<0$ **B.** $a<0,b<0,c>0,d<0$
C. $a>0,b<0,c<0,d>0$ **D.** $a<0,b>0,c<0,d<0$

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, ta có nhận xét sau

* Đồ thị hình chữ N ngược nên hệ số $a<0$

* Ta có $y=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow y'=3ax^2+2bc+c=0(*) \Rightarrow \Delta'_{(*)}=b^2-3ac$

Đồ thị hàm số đi qua hai điểm cực trị có hoành độ x_1,x_2 trái dấu nhau nên

$$\begin{cases}\Delta'_{(*)}>0\\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0\end{cases} \Rightarrow c>0$$

* Dễ thấy $x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0 \Rightarrow b>0$ và đồ thị hàm số cắt Ox tại ba điểm phân biệt nên $d<0$

Câu 23. **[2D1-1.5-3]** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+m(m+2)x+2016$. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số đồng biến trên khoảng $(3;7)$.

A. $m\le 1$ **B.** $m<1$ **C.** $m\ge 5$ **D.** $m\ge 5; m\le 1$

Lời giải

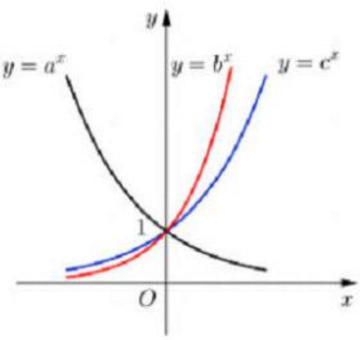
Chọn D.

$y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+m(m+2)x+2016 \Rightarrow y'=x^2-2(m+1)x+m(m+2)$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=m\\ x=m+2\end{array}\right.$. Lúc này hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;m),(m+2;+\infty)$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(3;7) \Rightarrow \left[\begin{array}{l}m+2\le 3 \Leftrightarrow m\le 1\\ m+2\ge 7 \Leftrightarrow m\ge 5\end{array}\right.$

Câu 24. **[2D2-4.7-3]** Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $a<b<c$ **B.** $a<c<b$ **C.** $b<c<a$ **D.** $c<a<b$

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có nhận xét sau:

* $y_1=a^x$ là hàm số nghịch biến trên TXĐ và $y_2=b^x, y_3=c^x$ là các hàm số đồng biến trên TXĐ. Do đó $a<b$ và $a<c$.

* Tại điểm $x=x_0>0 \Rightarrow y_2(x_0)>y_3(x_0) \Rightarrow b^{x_0}>c^{x_0} \Leftrightarrow b>c$ và tương tự tại điểm $x=x_0<0$ $\Rightarrow y_2(x_0)<y_3(x_0) \Rightarrow b^{x_0}<c^{x_0} \Leftrightarrow b>c$. Do đó $b>c>a$

Câu 25. **[2D2-7.1-4]** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con ?

A. 48 phút. **B.** 19 phút. **C.** 7 phút. **D.** 12 phút.

Lời giải

Chọn C.

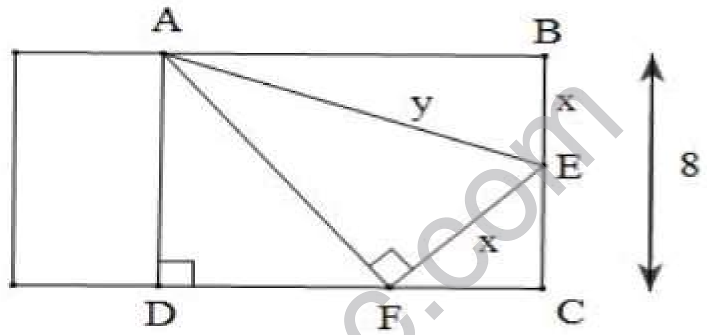
Sau 3 phút số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con, do đó

$$625000=s(0).2^3 \Leftrightarrow s(0)=\frac{625000}{8}=78125$$

Sau t phút số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con, do đó

$$10.10^6=78125.2^t=t \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{10^7}{78125}\right)=7$$

Câu 26. **[2D1-3.14-4]** Cho một tờ giấy hình chữ nhật với chiều dài 12 cm và chiều rộng 8cm. Gấp góc bên phải của tờ giấy sao cho sau khi gấp, đỉnh của góc đó chạm đáy dưới như hình vẽ. Để độ dài nếp gấp là nhỏ nhất thì giá trị nhỏ nhất đó bằng bao nhiêu?



A. $6\sqrt{5}$ **B.** $6\sqrt{2}$ **C.** 6 **D.** $6\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn D.

Đặt $EF=x, EC=8-x \Rightarrow FC=\sqrt{x^2-(8-x)^2}=\sqrt{16x-64}$

Ta có $\Delta ADF \sim \Delta FCE(g.g) \Rightarrow \frac{EF}{AF}=\frac{CF}{AD} \Rightarrow AF=\frac{EF.AD}{FC}=\frac{8x}{\sqrt{16x-64}}$

$$y=AE=\sqrt{AF^2+EF^2}=\sqrt{\frac{64x^2}{16x-64}+x^2}=\sqrt{\frac{16x^3}{16x-64}}$$

$$f(x)=\frac{16x^3}{16x-64}\ x\in(0;8);\ f'(x)=\frac{48x^2(16x-64)-16.16x^3}{(16x-64)^2}$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 768x^3-3072x^2-256x^3=0 \Leftrightarrow 512x^3-3072x^2=0 \Leftrightarrow x=6$$

BBT:

x	0		6		8
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	108	↗	

$$y=\sqrt{f(x)} \Rightarrow y_{\min}=\sqrt{f_{\min}}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$$

Câu 27. **[2D2-3.0-4]** Xét các số thực a, b thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\log_{\frac{a}{b}}^2\left(a^2\right)+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$

A. $P_{\min}=19$ **B.** $P_{\min}=13$ **C.** $P_{\min}=14$ **D.** $P_{\min}=15$

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $P=\left(2\log_{\frac{a}{b}}a\right)^2+3\left(\log_b a-1\right)=\frac{4}{\left(\log_a\frac{a}{b}\right)^2}+\frac{3}{\log_a b}-3=\frac{4}{\left(1-\log_a b\right)^2}+\frac{3}{\log_a b}-3$

Đặt $t=\log_a b$ (Do $a>b>1\Rightarrow 0<t<1$).

Xét $f(t)=\frac{4}{(t-1)^2}+\frac{3}{t}-3$

Khi đó $f'(t)=\frac{-8}{(t-1)^3}-\frac{3}{t^2}=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$. Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+}f(t)=\lim\limits_{x\to 1^-}f(t)=+\infty; f\left(\frac{1}{3}\right)=15$

Do đó $P_{\min}=15$

Câu 28. **[2D2-5.7-4]** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=-0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$ **B.** $[2;4]$ **C.** $(2;4)$ **D.** $(3;4)$

Lời giải

Chọn C.

Phương trình $6^x+(3-m).2^x-m=0\Leftrightarrow 6^x+3.2^x=m\left(2^x+1\right)=0\Leftrightarrow m=\frac{3.2^x+6^x}{2^x+1}$ (*)

Đặt $t=2^x\Leftrightarrow x=\log_2 t\Rightarrow 6^x=6^{\log_2 t}$ và với $x\in(0;1)\Rightarrow t\in(1;2)$.

Khi đó $m=f(t)=\frac{3t+6^{\log_2 t}}{t+1}$ (1)

Xét hàm số $f(x)=\frac{3t+6^{\log_2 t}}{t+1}$ trên $(1;2)$, $f'(t)=\frac{3t+6^{\log_2 t}\left[t.(\ln 3-1)+\ln 3\right]}{(t+1)^2.t}>0;\forall t\in(1;2)$

Nên hàm số $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(1;2)$. Do đó để (*) có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi (I) có nghiệm thuộc $(1;2)\Rightarrow f(1)<m<f(2)\Leftrightarrow 2<m<4$.

Vậy $m\in(2;4)$ là giá trị cần tìm.

Câu 29. **[2H1-1.1-1]** Số cạnh của một hình bát diện đều là

A. 8 **B.** 10 **C.** 12 **D.** 20

Lời giải

Chọn C.

Câu 30. **[2H1-1.4-1]** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hình lập phương là hình đa diện lồi

B. Tứ diện là đa diện dồi

C. Hình hộp là là đa diện lồi

D. Hình tạo bởi hai tứ diện đều là ghép với nhau là một hình đa diện lồi

Lời giải

Chọn D.

Câu 31. **[2H2-3.5-1]** Một hình trụ (T) có bán kính đáy $r = 4$ và có khoảng cách giữa hai đáy bằng 5. Tính diện tích xung quanh S của (T)

A. $S = 40\pi$ **B.** $S = 80\pi$ **C.** $S = \dfrac{80\pi}{3}$ **D.** $S = 20\pi$

Lời giải

Chọn A.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi rh = 2\pi.4.5 = 40\pi$

Câu 32. **[2H1-3.1-2]** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ΔABC vuông tại B ; $AB = a$, $\widehat{BAC} = 60^0$; $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ là:

A. $\dfrac{3a^3}{2}$ **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $BC = AB.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$

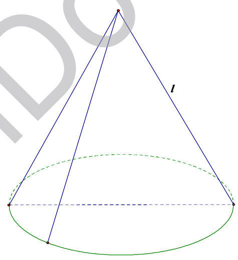
$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \dfrac{1}{2}.a.a.\sqrt{3}.a\sqrt{3} = \dfrac{3a^2}{2}$

Câu 33. **[2H1-3.5-2]** Một hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh bằng a . Tính diện tích S_{tp} toàn phần của hình nón đó:

A. $S_{tp} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** $S_{tp} = \dfrac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+4\right)}{2}$. **C.** $S_{tp} = \dfrac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+8\right)}{2}$. **D.** $S_{tp} = \dfrac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$

Lời giải

Chọn A.



Theo đề suy ra đường sinh $l = a$, và đường tròn đáy có bán kính $r = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Khi đó

$S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$, diện tích đáy $S = \dfrac{\pi a^2}{2}$

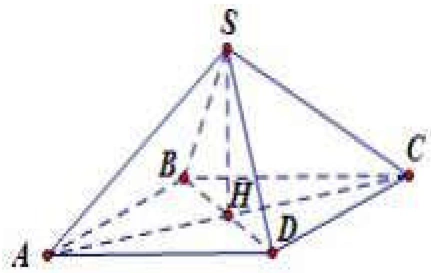
Vậy $S_{tp} = \dfrac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$.

Câu 34. **[2H1-2.3-2]** Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $2a$. Khi đó, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{10}}{2}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{10}}{4}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là tâm của hình vuông ABCD $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Ta có $AH = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{AB\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$

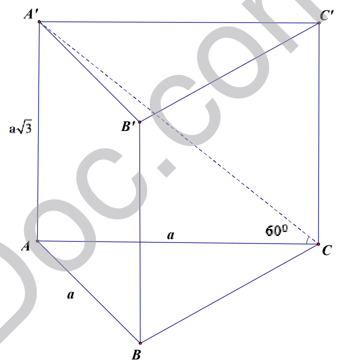
$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{SH.AB^2}{3} = \dfrac{a^3\sqrt{10}}{2}$

Câu 35. **[2H1-3.2-2]** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a, A'C$ hợp với mặt đáy (ABC) một góc 60^0. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\dfrac{3a^3}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3}{4}$ **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$ **D.** $\dfrac{3a^3}{8}$

Lời giải

Chọn A.



$V = A'A.S_{ABC} = a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3}{4}$

Câu 36. **[2H1-1.5-2]** Cho phép vị tự tâm O biến A thành B, biết rằng $OA = 4OB$. Khi đó tỉ số vị tự là bao nhiêu?

A. -4. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\pm\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Từ giả thiết $OA = 4OB$, suy ra: $OB = \dfrac{1}{4}OA \Rightarrow \overrightarrow{OB} = \pm\dfrac{1}{4}\overrightarrow{OA} \Leftrightarrow k = \pm\dfrac{1}{4}$

Câu 37. **[2H1-3.0-2]** Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ và M là trung điểm của cạnh AB. Mặt phẳng $(B'C'M)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỷ số thể tích của hai phần đó?

A. $\dfrac{7}{5}$ **B.** $\dfrac{6}{5}$ **C.** $\dfrac{1}{4}$ **D.** $\dfrac{3}{8}$

Lời giải

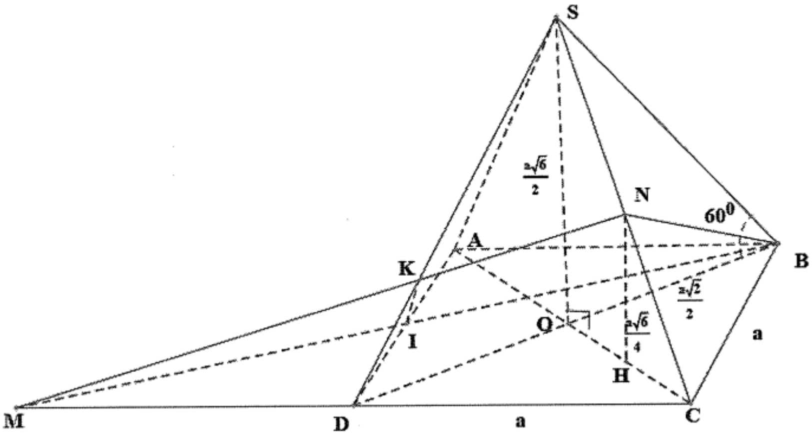
Chọn D.

Câu 38. **[2H1-2.3-3]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc 60^0. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D; N là trung điểm của SC, mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{7}{3}$ **C.** $\frac{1}{7}$ **D.** $\frac{7}{5}$

Lời giải

Chọn D.



Đặt $\begin{cases} V_1 = V_{SABIKN} \\ V_2 = V_{NBCDIK} \end{cases} \to \frac{V_1}{V_2} = ?$

* $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2}a^2 = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$

* $V_{N.BMC} = \frac{1}{3}.NH.S_{\Delta BMC} = \frac{1}{3}.\frac{SO}{2}.S_{\Delta BMC} = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{6}}{4}.\frac{1}{2}.a.2a = \frac{\sqrt{6}}{12}a^3$

* Nhận thấy K là trọng tâm của tam giác SMC $\to \frac{MK}{MN} = \frac{2}{3}$

* $\frac{V_{M.DIK}}{V_{M.CBN}} = \frac{MD}{MC}.\frac{MI}{MB}.\frac{MK}{MN} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

$\to V_2 = V_{M.CBN} - V_{M.DIK} = \frac{5}{6}V_{M.CBN} = \frac{5}{6}.\frac{\sqrt{6}}{12}a^3 = \frac{5\sqrt{6}}{72}a^3$

$\to V_1 = V_{S.ABCD} - V_2 = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3 - \frac{5\sqrt{6}}{72}a^3 = \frac{7\sqrt{6}}{72}a^3 \to \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{7\sqrt{6}}{72}a^3}{\frac{5\sqrt{6}}{72}a^3} = \frac{7}{5}$

Câu 39. **[2H1-1.5-3]** Cho hai đường thẳng song song $(d),(d')$ và một điểm O không nằm trên chúng. Có bao nhiêu phép vị tự tâm O biến (d) thành (d') ?

A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 0 hoặc 1.

Lời giải

Chọn D.

Với giả thiết có hai trường hợp là:
$O \in ((d),(d'))$ hoặc $O \notin ((d),(d'))$.

Trường hợp 1: Nếu $O \in ((d),(d'))$, với $M \in (d)$ ta có:

$V_O^k(M) = M' \in (d') \Rightarrow \overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$.

Gọi H, H' theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của O lên (d) và (d'), suy ra:

$\overrightarrow{OH'} = k\overrightarrow{OH} \Rightarrow$ k không đổi.

Vậy, trong trường hợp này có đúng một phép vị tự tâm O biến (d) thành (d').

Trường hợp 2: Nếu $O \notin ((d),(d'))$ thì không có phép vị tự tâm O nào biến (d) thành (d'), bởi nếu trái lại với $M \in (d)$ ta có:

$V_O^k(M) = M' \in (d') \Rightarrow \overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM} \Rightarrow O, M, M'$ thẳng hàng

$\Rightarrow O \in ((d),(d'))$, mâu thuẫn.

Vậy, trong trường hợp này không có phép vị tự tâm O nào biến (d) thành (d').

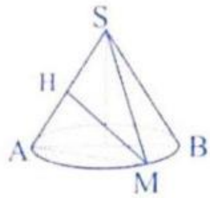
Do đó, đáp án D là đúng

Câu 40. **[2H1-6.1-4]** Một hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, góc ở đỉnh bằng 120°. Trên đường tròn đáy lấy một điểm A cố định và điểm M di động. Có bao nhiêu vị trí của M để diện tích tam giác SAM đạt giá trị lớn nhất?

A. Có 1 vị trí **B.** Có 2 vị trí **C.** Có 3 vị trí **D.** Có vô số vị trí

Lời giải

Chọn B.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên SA.

Ta có, diện tích ΔSAM được cho bởi:

$S = \frac{1}{2} SA.MH$.

Do đó, diện tích ΔSAM đạt giá trị lớn nhất khi:

MH đạt giá trị lớn nhất ⇔ MH = MS

$\Leftrightarrow MS \perp SA$.

Tức M là giao điểm của đường tròn đáy hình nón với mặt phẳng (P) qua S và vuông góc với SA.

Từ giả thiết $\widehat{ASB} = 120°$ suy ra tồn tại điểm M trên đường tròn đáy thỏa mãn yêu cầu đề bài.

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1: **[2D1-2.13-3]** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ với giá trị nào của m để hàm số có 2 điểm cực trị A và B sao cho $AB = \sqrt{20}$

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x-2m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m \end{array}\right.$$

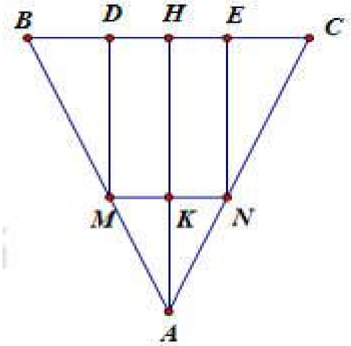
Hàm số đã cho có hai điểm cực trị $A, B \Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$ (*)

Giả sử: $\begin{cases} x_A = 0 \Rightarrow y_A = 4m^3 \Rightarrow A(0;4m^3) \\ x_B = 2m \Rightarrow y_B = 8m^3 - 12m^3 + 4m^3 = 0 \Rightarrow B(2m;0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2m;-4m^3)$

$\Rightarrow AB = \sqrt{4m^2 + 16m^6} = \sqrt{20} \Leftrightarrow 4(m^2)^3 + m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$ thỏa mãn (*)

Bài 2: **[2H1-3.4-4]** Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9}(dm^3)$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt đáy của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (như hình dưới) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước.

Lời giải



Xét mặt cắt và kí hiệu các điểm như hình vẽ, ta có thể tích nước tràn ra chính là thể tích của khối trụ có bán kính đáy là $DH = EH = r_0$ và chiều cao $HK = h_0$. Còn chiều cao của bình đựng nước dạng hình nón là $AH = h$ và bán kính đáy là $BH = CH = r$. Để ý rằng $h = 3r$ và $h_0 = 2r$.

Ta có: $\dfrac{MK}{BH} = \dfrac{AK}{AH} \Leftrightarrow \dfrac{r_0}{r} = \dfrac{h - h_0}{h} \Leftrightarrow \dfrac{h}{r} = \dfrac{h - h_0}{r_0} \Leftrightarrow 3 = \dfrac{3r - 2r}{r_0} \Leftrightarrow r_0 = \dfrac{r}{3}$

Theo đề, thể tích khối trụ là:

$\dfrac{16\pi}{9} = \pi r_0^2 h_0 \Rightarrow r_0^2 h_0 = \dfrac{16}{9} = 2r_0^2 r = 2\left(\dfrac{r}{3}\right)^2 r \Leftrightarrow r = 2$

$\Rightarrow h = 3r = 6 \Rightarrow l = \sqrt{h^2 + r^2} = 2\sqrt{10} \Rightarrow S_{xq} = \pi r l = 4\pi\sqrt{10}\left(dm^3\right)$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.D	5.A	6.B	7.B	8.C	9.A	10.D
11.D	12.C	13.A	14.A	15.B	16.C	17.B	18.A	19.D	20.C
21.A	22.A	23.D	24.B	25.C	26.D	27.D	28.C	29.C	30.D
31.A	32.A	33.A	34.A	35.A	36.D	37.D	38.D	39.D	40.B

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-1.1-1]** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \tan x$. **B.** $y = 2x^4 + x^2$. **C.** $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = x^3 + 2$.

Lời giải

Chọn D.

$y' = 3x^2 \geq 0, \forall x$

Nên hàm số $y = x^3 + 2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. **[2D1-1.1-1]** Hàm số nào sau đây đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ **B.** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ **C.** $y = \dfrac{-x+1}{x-1}$ **D.** $y = \dfrac{-x-1}{-x+1}$

Lời giải

Chọn A.

$y' > 0$ trên từng khoảng xác định

Câu 3. **[2D1-5.1-1]** Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 1}{-5x^2 - 2x + 3}$ có bao nhiêu tiệm cận:

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $-5x^2 - 2x + 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt và $\lim\limits_{x \to \infty} y = \dfrac{-1}{5}$ nên có 2 tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị HS có 3 tiệm cận

Câu 4. **[2D2-5.3-1]** Tính đạo hàm của hàm số $y = xe^{2x+1}$

A. $y' = e(2x+1)e^{2x+1}$. **B.** $y' = e(2x+1)e^{2x}$. **C.** $y' = 2e^{2x+1}$. **D.** $y' = e^{2x+1}$.

Lời giải

Chọn C.

$y = xe^{2x+1} \Rightarrow y' = e^{2x+1} + 2xe^{2x+1} = e^{2x+1}(2x+1)$.

Câu 5. **[2D2-1.3-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		+	0	+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗			$\dfrac{9}{20}$	↘	$-\dfrac{3}{5}$	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có ba cực trị.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{9}{20}$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-\dfrac{3}{5}$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Chọn C.

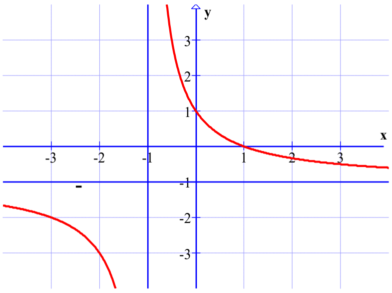
Đáp án A sai vì y’ đổi dấu lần 2 khi x qua $x_0=1$ và $x_0=2$ nên hàm số đã cho có hai cực trị.

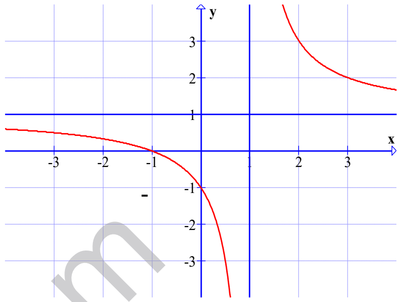
Đap án B sai vì tập giá trị của hàm số đã cho là $(-\infty;+\infty)$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

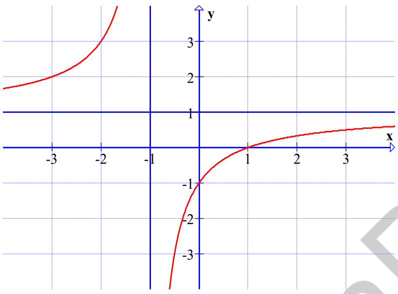
Đáp án C đúng vì $y'\ge 0, \forall x\in(-\infty;1)$ và $y'=0 \Leftrightarrow x=-1$

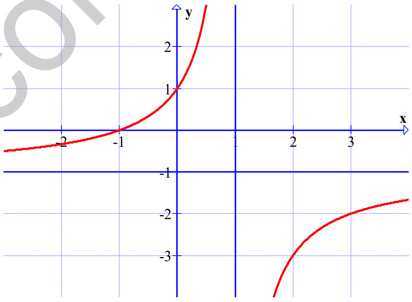
Đáp án D sai vì hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và đạt cực đại tại $x=1$

Câu 6. **[2D1-7.1-1]** Trong các đồ thị dưới đây, đồ thị nào là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$?

A. 

B. 

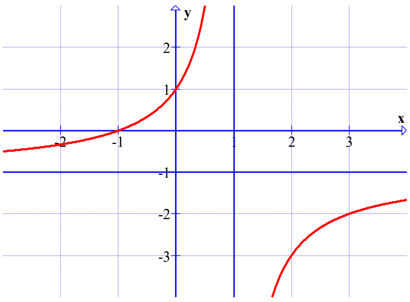
C. 

D. 

Lời giải

Chọn D.

Tiệm cận đứng $x=1$; tiệm cận ngang $y=-1$, chọn đáp án **D.**

D. 

Câu 7. **[2D1-8.2-1]** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ tại điểm $A(-1;-2)$ là

A. $y=24x-2$ **B.** $y=24x+7$ **C.** $y=9x-2$ **D.** $y=9x+7$

Ta có: $y'=3x^2-6x \Rightarrow y'(-1)=9$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(-1;-2)$ là:

$y=y'(-1)(x+1)-2=9(x+1)-2=9x+7$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 8. **[2H1-4.1-1]** Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h.Tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = Bh$ **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$ **C.** $V = 3Bh$ **D.** $V = \frac{1}{2}Bh$

Lời giải

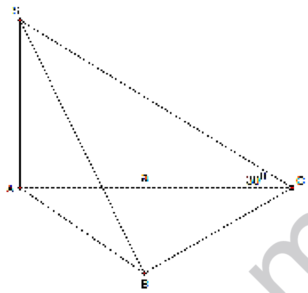
Chọn B.

Câu 9. **[2H1-4.1-1]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy. Cạnh bên SC hợp với đáy một góc 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **B.** $\frac{a^3}{12}$ **C.** $\frac{a^3}{4}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B.



$SA = AC.\tan 30^0 = a\frac{\sqrt{3}}{3}$

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a\frac{\sqrt{3}}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{12}$

Câu 10. **[2H1-4.1-1]** Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm cáccạnh SA, SB. Khi đó, tỉ số $\frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C'}}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 2 **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.

$\frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C}} = \frac{SA}{SA'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SC}{SC} = 2.2.1 = 4$

Câu 11. **[2D1-2.3-2]** Hàm số $y = x^5 - 2x^3 + 1$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$y = x^5 - 2x^3 + 1 \to y' = 5x^4 - 6x^2 = 5x^2\left(x - \sqrt{\frac{6}{5}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{6}{5}}\right)$

Vì phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm đơn phân biệt, tức là đạo hàm đổi dấu hai lần nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị

Câu 12. **[2D1-2.3-2]** Tìm m để hàm số $y = mx^3 - \left(m^2+1\right)x^2 + 2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x = 1$?

A. $m = 0$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

Câu 13. **[2D1-1.1-2]** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ là:

A. $m \le -3$. **B.** $m \le -2$. **C.** $m \le -1$. **D.** $m \le 0$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ : $\mathbb{R}$

$y' = 3x^2 - 6x - m$

Hs đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow y' \ge 0 \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x - m \ge 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x \ge m, \forall x \in (0;+\infty), (*)$

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 - 6x, \forall x \in (0;+\infty)$

$g'(x) = 6x - 6$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên :

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	0	↘	-3	↗	$+\infty$

BPT $\Rightarrow m \le -3$

Câu 14. **[2D1-3.1-2]** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 + \sqrt{4x - x^2}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};3\right]$ là:

A. $1+\sqrt{3}$ **B.** $1+\frac{\sqrt{7}}{2}$ **C.** 3 **D.** $1+2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định: $D = [0;4]$. $y' = \frac{2-x}{\sqrt{4x-x^2}} = 0 \Rightarrow x = 2$

$y\left(\frac{1}{2}\right)=1+\frac{\sqrt{7}}{2}, y(2)=3, y(3)=\sqrt{3}+1$

$\max\limits_{\left[\frac{1}{2};3\right]} y=3 \Leftrightarrow x=2.$

Câu 15. **[2D2-7.2-2]** Tìm tập nghiệm của phương trình $5^{x-1}+5^{3-x}=26$

A. $\{2;4\}$ **B.** $\{3;5\}$ **C.** $\varnothing$ **D.** $\{1;3\}$

Lời giải

Chọn D.

Ta đưa về cùng cơ số 5, rồi đưa về phương trình bậc hai ẩn 5^x

Ta có: $5^{x-1}+5^{3-x}=26 \Leftrightarrow \frac{5^x}{5}+\frac{5^3}{5^x}=26 \Leftrightarrow \frac{5^{2x}-26.5.5^x+5.5^3}{5.5^x}=0$

$\Leftrightarrow 5^{2x}-130.5^x+625=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5^x=5\\5^x=125\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

Câu 16. **[2D2-5.4-2]** Cho hàm số $f(x)=2x+m+\log_2\left[mx^2-2(m-2)x+2m-1\right]$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m>0$. **B.** $m>1$. **C.** $m<-4$. **D.** $m>1\cup m<-4$.

Lời giải

Chọn B.

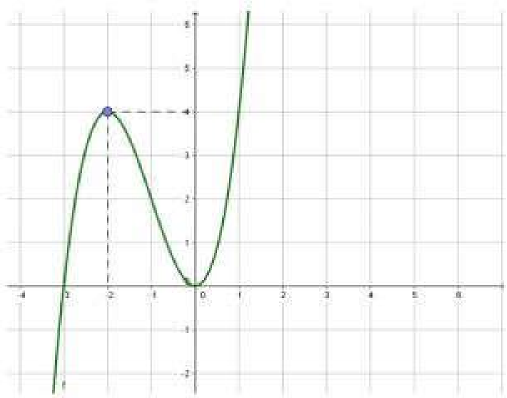
Điều kiện: $mx^2-2(m-2)x+2m-1>0, \forall x\in\mathbb{R}\ (1)$

* $m=0$ không thỏa

* $m\neq 0:(1)\Leftrightarrow \begin{cases}m>0\\ \Delta'=(m-2)^2-m(2m-1)<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>0\\ m^2+3m-4>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>0\\ \left[\begin{array}{l}m<-4\\m>1\end{array}\right.\end{cases}$

Vậy $m>1$.

Câu 17. **[2D1-6.2-2]** Biết rằng đồ thị $y=x^3+3x^2$ có dạng như sau:



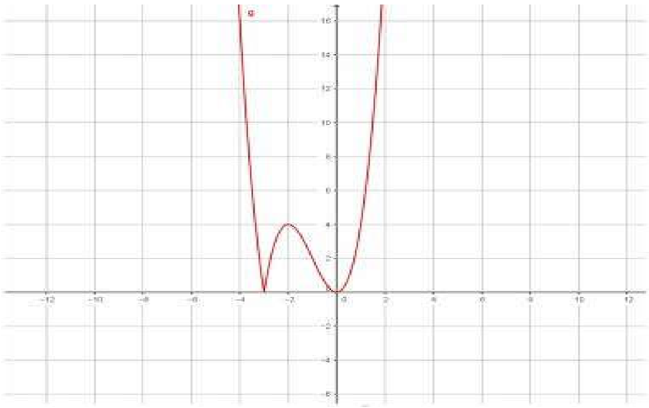
Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

C. 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn D.



Đồ thị của hàm $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có được bằng cách giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục hoành và lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục hoành qua Ox.

Nhìn vào biểu đồ ta thấy có 3 điểm cực trị của hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$

Câu 18. **[2D2-4.1-2]** Một khu rừng có trữ lượng gỗ 4.10^5 mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm, khu rừng đó sẽ có bao nhiêu mét khối gỗ?

A. $2016.10^3\left(m^3\right)$ **B.** $4,8666.10^5\left(m^3\right)$ **C.** $125.10^7\left(m^3\right)$ **D.** $35.10^5\left(m^3\right)$

Lời giải

Chọn B.

Lượng gỗ ở khu rừng sau năm thứ nhất là: $N_1=N+4\%N=(1+r)N\left(m^3\right)$

Lượng gỗ ở khu rừng sau năm thứ hai là: $N_2=N+4\%N=(1+r)^2N\left(m^3\right)$.........

Như vậy lượng gỗ ở khu rừng sau năm thứ năm là: $N_5=N(1+r)^5=4,86661.10^5$

Câu 19. **[2D2-3.2-2]** Giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(\dfrac{a^2\sqrt[3]{a^2}\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}}\right)$ bằng:

A. 3 **B.** $\dfrac{12}{5}$ **C.** $\dfrac{9}{5}$ **D.** 2

Lời giải

Chọn A.

Thay $a=100$, sử dụng MTCT

Chú ý chỉ cần thay a bằng một giá trị dương nào đó là được.

Cách 2: $P=\log_a\dfrac{a^{\frac{52}{15}}}{a^{\frac{7}{15}}}=\log_a a^3=3$.

Câu 20. **[2D1-7.1-2]** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+2)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịc biến trên khoảng $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn A Đạo hàm chỉ đổi dấu khi x đi qua $x=-2$

Câu 21. **[2D2-5.3-2]** Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_9(x+1)^2-\ln(3-x)+2$

A. $D=(3;+\infty)$ **B.** $D=(-\infty;3)$

C. $D=(-\infty;-1)\cup(-1;3)$ **D.** $D=(-1;3)$

Lời giải

Chọn C.

Hàm số đã cho xác định khi: $\begin{cases}(x+1)^2\neq 0\\ 3-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x<3\end{cases}\to D=(-\infty;-1)\cup(-1;3)$

Câu 22. **[2D2-5.3-2]** Đạo hàm của hàm số $f(x)=\ln\left(e^x+\sqrt{e^{2x}+1}\right)$ là:

A. $f'(x)=\dfrac{1}{e^x+\sqrt{e^{2x}+1}}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{e^x}{e^x+\sqrt{e^{2x}+1}}$.

C. $f'(x)=\dfrac{e^x}{\sqrt{e^{2x}+1}}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{e^{2x}+1}}$.

Lời giải

Chọn C.

$$f'(x)=\frac{\left(e^x+\sqrt{e^{2x}+1}\right)'}{e^x+\sqrt{e^{2x}+1}}=\frac{e^x+\dfrac{\left(e^{2x}+1\right)'}{2\sqrt{e^{2x}+1}}}{e^x+\sqrt{e^{2x}+1}}=\frac{e^x+\dfrac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x}+1}}}{e^x+\sqrt{e^{2x}+1}}=\frac{e^x}{\sqrt{e^{2x}+1}}.$$

Câu 23. **[2D2-9.1-2]** Nếu $a^{\frac{\sqrt{3}}{4}}>a^{\frac{\sqrt{2}}{3}}$ và $\log_b\frac{4}{5}<\log_b\frac{6}{7}$ thì:

A. $a>1;0<b<1$. **B.** $0<a<1<b$. **C.** $a>1;b>1$. **D.** $0<a<1;b<1$.

Lời giải

Chọn B.

+ $a^{\frac{\sqrt{3}}{4}}>a^{\frac{\sqrt{2}}{3}}\xrightarrow{\frac{\sqrt{3}}{4}<\frac{\sqrt{2}}{3}}0<a<1$

+ $\log_b\frac{4}{5}<\log_b\frac{6}{7}\xrightarrow{\frac{4}{5}<\frac{6}{7}}b>1$

$\Rightarrow 0<a<1<b$.

Câu 24. **[2D1-2.1-2]** Với giá trị nào của m thì hàm số $y=(m-2)x^3-mx+2017$ không có cực trị?

A. $0<m<3$. **B.** $m>2$. **C.** $0\le m\le 2$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Chọn C.

$m=2$ HS không có cực trị.

$y=(m-2)x^3-mx+2017$ không có cực trị

$\Rightarrow y'=3(m-2)x^2-m$ không có 2 nghiệm phân biệt

$\Rightarrow \Delta=12m(m-2)\le 0 \Leftrightarrow 0\le m\le 2$

Câu 25. **[2H1-4.3-2]** Cho tứ diện $O.ABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA=a,OB=2a,OC=3a$. Thể tích khối tứ diện là

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn D.

$V=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}.a.2a.3a=a^3$

Câu 26. **[2H2-1.4-2]** Cho một lập phương có cạnh bằng a. Tính diện tích mặt cầu nội tiếp hình lập phương đó

A. $S=4\pi a^2$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\frac{1}{3}\pi a^2$. **D.** $S=\frac{4\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

– Tính chất

Mặt cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a có bán kính bằng $\frac{a}{2}$

Diện tích mặt cầu đó là $S=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{a}{2}\right)=\pi a^2$

Câu 27. **[2H1-1.1-2]** Cho khối chóp có đáy là đa giác lồi có n cạnh. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Số mặt của khối chóp bằng n.
B. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n$.
C. Số đỉnh của khối chóp bằng $n+1$.
D. Số cạnh của khối chóp bằng số đỉnh.

Lời giải

Chọn C.

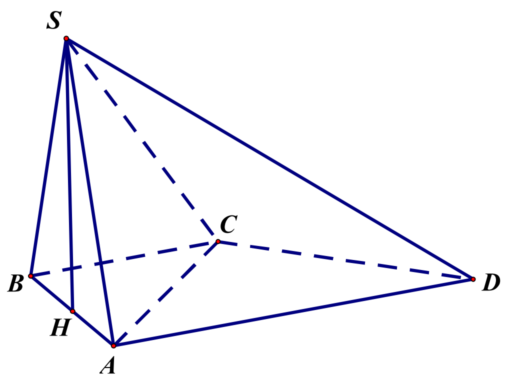
Phân tích: Ta chọn luôn được C bởi, mặt đáy của khối chóp có n cạnh, và tương ứng với n đỉnh của đáy ta có thêm đỉnh S. Khi đó có $n+1$ đỉnh.

Câu 28. **[2H1-4.3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABCDlà hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=\frac{1}{2}AD=a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$.

A. $V_{S.ACD}=\frac{a^3}{3}$ **B.** $V_{S.ACD}=\frac{a^3}{2}$ **C.** $V_{S.ACD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **D.** $V_{S.ACD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Lời giải

Chọn C.



Ta có: tam giác ACD vuông cân tại C và $CA=CD=a\sqrt{2}$, suy ra $S_{\Delta ACD}=a^2$

Gọi H là trung điểm của AB vì tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $V_{S.ACD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 29. **[2H1-4.4-2]**Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ vì M là trung điểm của CC'. Gọi khối đa diện (H) là phần còn lại của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$sau khi cắt bỏ đi khối chóp $M.ABC$. Tỷ số thể tích của (H) và khối chóp $M.ABC$ là:

A. $\dfrac{1}{6}$ **B.** 6 **C.** $\dfrac{1}{5}$ **D.** 5

Lời giải

Chọn D.

Phân tích:

Gọi M là trung điểm của CC'

Theo bài ra ta có: $V_{M.ABC} = \dfrac{1}{2}V_{C'ABC} = m$

$\Rightarrow V_{C'ABC} = 2m$

Ta lại có $V_{lt} = 3V_{C'ABC} = 6m$ nên ta có

$(H) = 6m - m = 5m$

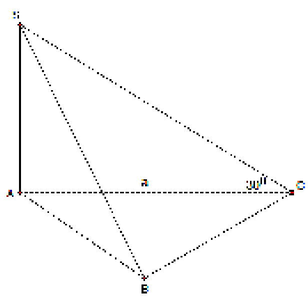
Vậy $\dfrac{(H)}{V_{M.ABC}} = 5$

Câu 30. **[2H1-4.3-2]** Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy. Góc giữa SBC và mặt đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp $SABC$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn D.



Gọi I là trung điểm của BC, góc giữa (SBC) và mặt đáy là $\widehat{SIA}$

$AI = \dfrac{BC}{2} = a$; $SA = AI.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$.

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.\dfrac{1}{2}\left(a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 31. **[2D1-8.2-3]**

Tìm giá trị của m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ đi qua điểm $A(1;2)$ là:

A. $m=\frac{3}{4}$ **B.** $m=\frac{4}{5}$ **C.** $m=-\frac{2}{3}$ **D.** $m=\frac{5}{8}$

Lời giải

Chọn D.

TXĐ : $\mathbb{R}$

$y'=3x^2+6mx+m+1$

Với $x=-1\Rightarrow f(-1)=2m-1$

$f'(-1)=4-5m$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $(-1;2m-1)$ **:**

$d: y=(4-5m)(x+1)+2m-1$

Do $A(1;2)\in d$**,** nên: $2=(4-5m).2+2m-1\Leftrightarrow m=\frac{5}{3}$**.**

Câu 32. **[2D2-9.1-3]**Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(3^x-1).\log_{\frac{1}{4}}\frac{3^x-1}{16}\le\frac{3}{4}$ là:

A. $(1;2]\cup[3;+\infty)$ **B.** $(-1;1]\cup[4;+\infty)$ **C.** $(0;4]\cup[5;+\infty)$ **D.** $(0;1]\cup[2;+\infty)$

Lời giải

Chọn D.

ĐK: $x>0$.

$\log_4(3^x-1).\log_{\frac{1}{4}}\frac{3^x-1}{16}\le\frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow 4\log_4(3^x-1).\left(2-\log_4(3^x-1)\right)\le 3$

$\Leftrightarrow -4\log_4^2(3^x-1)+8\log_4(3^x-1)-3\le 0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_4(3^x-1)\le\frac{1}{2}\\ \log_4(3^x-1)\ge\frac{3}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x-1\le 2\\ 3^x-1\ge 8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le 1\\ x\ge 2\end{array}\right.$

So với ĐK nên có tập nghiệm $(0;1]\cup[2;+\infty)$

Câu 33. **[2D2-2.3-3]**Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_9 a=\log_{12}b=\log_{16}(a+b)$. Tính tỉ số $T=\frac{a}{b}$

A. $T=\frac{4}{3}$ **B.** $T=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ **C.** $T=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ **D.** $T=\frac{8}{5}$

Lời giải

Chọn C.

– Phương pháp: Đặt cả 3 logarit bằng nhau và bằng k

– Cách giải

Đặt $k=\log_9 a=\log_{12}b=\log_{16}(a+b)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 9^k \\ b = 12^k \\ a + b = 16^k \end{cases} \Rightarrow 9^k + 12^k = 16^k \Rightarrow \frac{9^k}{16^k} + \frac{3^k}{4^k} = 1$$

Đặt $t = \frac{3^k}{4^k} \Rightarrow \begin{cases} t^2 + t - 1 = 0 \\ t > 0 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

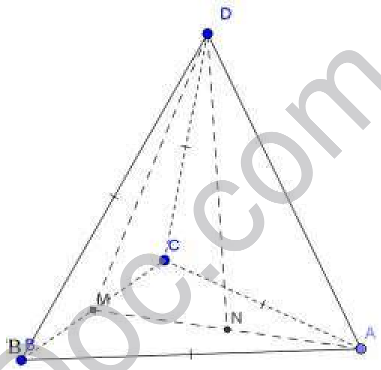
$$\Rightarrow T = \frac{b}{a} = \frac{4^k}{3^k} = \frac{1}{t} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

Câu 34. **[2H1-4.3-3]** Thể tích tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC, BCD là các tam giác đều cạnh a và $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{a^3}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$

Lời giải

Chọn D.



Gọi M là trung điểm của BC; $BC \perp (ADM)$

$DM = AM = \frac{\sqrt{3}}{2} = AD$. Suy ra tam giác ADM đều. N là trung điểmcủa AM và N à hình chiếu của D lên đáy (ABC).

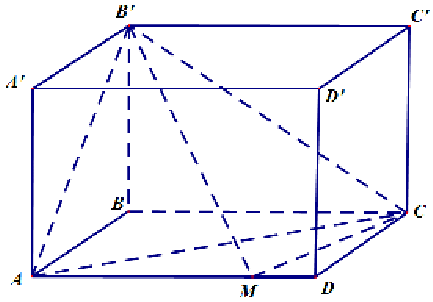
$DN = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{3}{4}a$.

Câu 35. **[2H1-4.4-3]** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, BC = 2a, AA' = a$. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM = 3MD$. Tính thể tích khối chóp $M.AB'C$.

A. $V_{M.AB'C} = \frac{a^3}{2}$ **B.** $V_{M.AB'C} = \frac{a^3}{4}$ **C.** $V_{M.AB'C} = \frac{3a^3}{4}$ **D.** $V_{M.AB'C} = \frac{3a^3}{2}$

Lời giải

Chọn D.

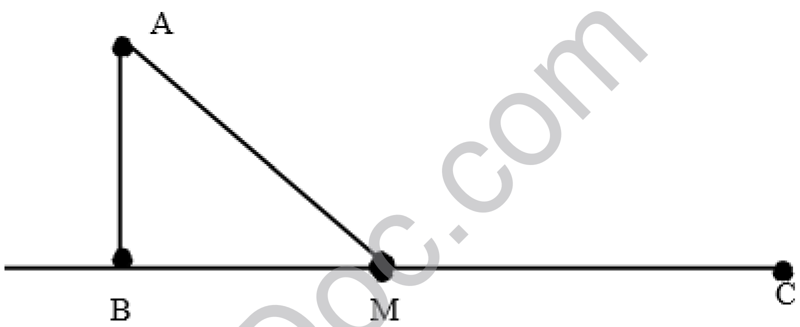


Thể tích khối chóp $M.AB'C$ bằng thể tích khối chóp $B'.AMC$

Ta có: $S_{\Delta AMC} = \frac{3}{4}S_{\Delta ADC} = \frac{3a^2}{4}$

Do đó $V_{M.AB'C} = V_{B'.\mathrm{AMC}} = \frac{3a^3}{4}$

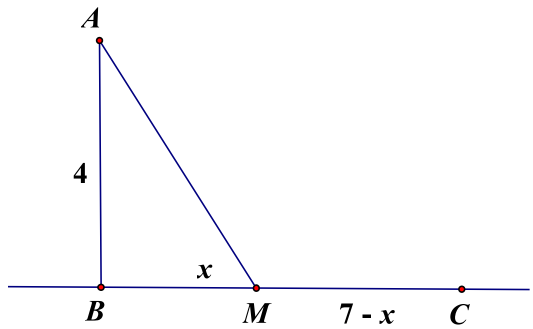
Câu 36. **[2D1-3.1-4]** Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4\text{km}$. Trên bờ biển có 1 cái kho ở vị trí C cách B một khoảng 7km. Người gác ngọn hải đăng chèo thuyền từ ngọn hải đăng đến vị trí M trên bờ biển rồi đi bộ đến C Biết rằng vận tốc chèo thuyền là 3km/h và vận tốc đi bộ là 5km/h. Xác định vị trí điểm M để người đó đến C nhanh nhất.



A. $MN = 3\text{km}$ **B.** $MN = 4\text{km}$ **C.** M trùng B **D.** M trùng C

Lời giải

Chọn A.



Để người đó đến C nhanh nhất thì M phải thuộc đoạn BC

Đặt $BM = x \Rightarrow CM = 7 - x\left(0 \le x \le 7\right)$

$AM = \sqrt{x^2 + 16}$

Thời gian để người đó đi từ A đến C là $t = \frac{\sqrt{x^2+16}}{3} + \frac{7-x}{5} = f\left(x\right)$. Xét hàm số $f(x)$ trên $[0;7]$

Với $x \in [0;7]$ thì $f'(x) = \dfrac{x}{3\sqrt{x^2+16}} = \dfrac{1}{5} = 0 \Leftrightarrow 5x = 3\sqrt{x^2+16} \Leftrightarrow x = 3$

$f'(x) < 0, \forall x \in (0;3); f'(x) > 0, \forall x \in (3;7)$

$\Rightarrow f(x) \geq f(3) = \dfrac{37}{15}, \forall x \in [0;7]$

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow x = 3$

Câu 37. **[2D2-3.4-4]** Được sự hỗ trợ từ Ngân hàng Chính sách xã hội địa phương, nhằm giúp đỡ các sinh viên có hoàn cảnh khó khăn hoàn thành việc đóng học phí học tập, một bạn sinh viên A đã vay của ngân hàng 20 triệu đồng với lãi suất 12% /năm, và ngân hàng chỉ bắt đầu tính lãi sau khi bạn A kết thúc khóa học. Bạn A đã hoàn thành khóa học và đi làm với mức lương là 5,5 t riệu đồng/tháng. Bạn A dự tính sẽ trả hết nợ gốc lẫn lãi suất cho ngân hàng trong 36 tháng. Hỏi số tiền m mỗi tháng mà bạn A phải trả cho ngân hàng là bao nhiêu?

A. $m = \dfrac{1,12^3 \times 20 \times 0,12}{(1,12^3 - 1) \times 12}$ triệu

B. $m = \dfrac{1,12^2 \times 20 \times 0,12}{(1,12^2 - 1) \times 12}$ triệu

C. $m = \dfrac{1,12^3 \times 36 \times 0,12}{(1,12^3 - 1) \times 12}$ triệu

D. $m = \dfrac{1,12^2 \times 36 \times 0,12}{(1,12^2 - 1) \times 12}$ triệu.

Lời giải

Chọn A.

Năm thứ nhất trả gốc và lãi, số tiền còn lại:

$x_1 = (1+0,12)x_0 - 12.m = 1,12x_0 - 12m$, $x_0 = 20$ triệu

Năm thứ hai, số tiền còn lại:

$x_2 = (1+0,12)x_1 - 12.m = 1,12x_1 - 12m$

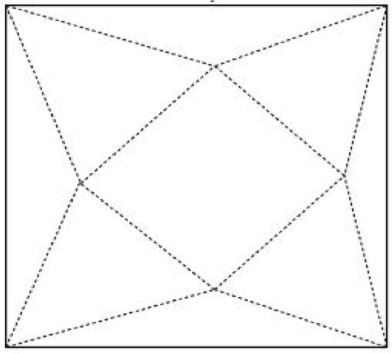
Năm thứ ba, số tiền còn lại:

$x_3 = (1+12\%).x_2 - 12.m = 1,12x_2 - 12m = 0$

$$\Rightarrow m = \frac{1,12^3 \times 20}{(1+1,12+1,12^2) \times 12} = \frac{1,12^3 \times 20}{\dfrac{1,12^3-1}{1,12-1} \times 12} = \frac{1,12^3 \times 20 \times 0,12}{(1,12^2-1) \times 12}$$

$$m = \frac{1,12^3 \times 20 \times 0,12}{(1,12^3-1) \times 12} \text{ triệu}$$

Câu 38. **[2D1-3.1-4]** Cho một tấm bìa hình vuông cạnh $5dm$. Để làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ 4 tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy chính là cạnh của hình vuông rồi gấp lên, ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Để mô hình có thể tích lớn nhất thì cạnh đáy của mô hình là



A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ dm.

B. $\dfrac{5}{2}$ dm.

C. $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ dm.

D. $2\sqrt{2}$ dm.

Lời giải

Chọn C.

Phân tích: Đây là bài toán khá hay và khi tính toán cần phải áp dụng bất đẳng thức vào để tìm giá trị lớn nhất của thể tích.

Đặt tên các đỉnh như hình vẽ. Gọi độ dài cạnh đáy hình của hình chóp tứ giác đều là x $\left(x \in \left(0; \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\right)$. Theo bài ta ta có chiều cao của hình tam giác (là mặt bên của hình chóp tứ giác đều) là $DI = BK = \frac{BD - x}{2} = \frac{5\sqrt{2-x}}{2}$

Khi đó chiều cao của hình chóp tứ giác đều được tạo thành là $h = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{2}-x}{2}\right)^2}$

Thể tích hình cần tính là: $V = \frac{1}{3}x^2\sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{2}-x}{2}\right)^2}\left(x \in \left(0; \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\right)$.

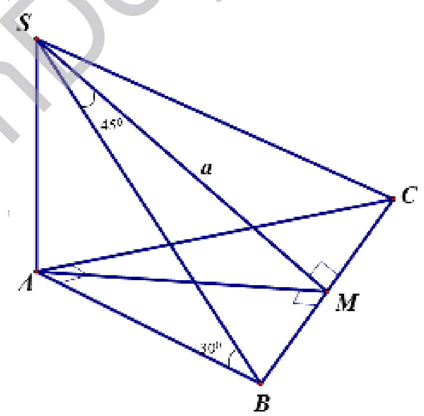
Đến đây có nhiều cách giải nhưng cách giải nhanh nhất có lẽ là ta thay từng đáp án vào và xét từng giá trị của các đáp án đã cho để tìm kết quả đúng!

Câu 39. **[2H1-4.3-4]** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC cân tại A. Cạnh bên SB lần lượt tạo với mặt phẳng đáy, mặt phẳng trung trực của BC các góc bằng $30^0, 45^0$, khoảng cách từ S đến cạnh BC bằng a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC} = a^3$. **B.** $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{3}$. **D.** $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^0$. Gọi G là trung điểm BC, ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow (SAM)$ là mặt phẳng trung trực của BC và SM là hình chiếu của SB trên $(SAM) \Rightarrow \widehat{BSM} = 45^0 \Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại S. Ta có $SM \perp BC \Rightarrow d_{(B,SC)} = SM = a \Rightarrow SB = SC = a\sqrt{2}, BC = 2a$

Tam giác SBA vuông tại A, ta có $SA = SB.\sin 30^0 = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Trong tam giác vuông SAM, ta có:

$$AM = \sqrt{SM^2 - SA^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

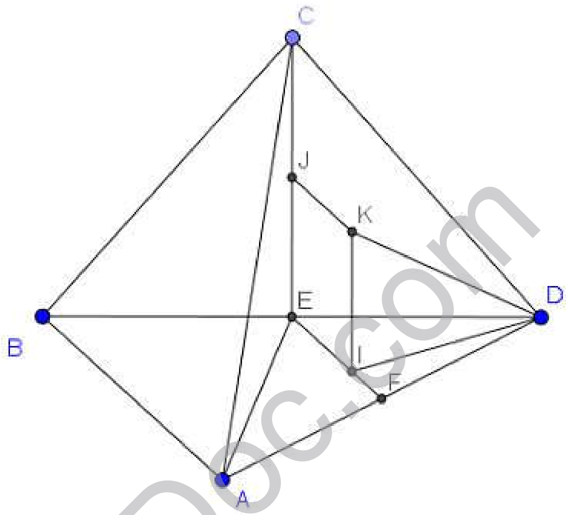
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{6}BC.AM.SA = \frac{a^3}{6}$

Câu 40. **[2H2-1.2-4]** Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông cân tại C, $BD = 2a$, AB vuông góc với mặt phẳng (BCD). Gọi E là trung điểm cạnh BD. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACDE$

A. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{11}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{14}}{6}$.

Lời giải

Chọn B.



Tâm K mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACDE$ là giao điểm trục của tam giác ADE và trung trực của CE $(CE \perp (ADE))$

I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAED

Từ Pythagore và giả thiết đề bài, ta có $BC = CD = a\sqrt{2}, CE = EB = ED = a$

$AE = a\sqrt{2}, AD = a\sqrt{5}$

$$S_{AED} = \sqrt{p(p-AD)(p-AE)(p-ED)} = \frac{1}{2} \to ID = \frac{AD.DE.EA}{4S_{AED}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$IK = JE = \frac{CE}{2} = \frac{a}{2} \to R = KD = \sqrt{IK^2 + ID^2} = \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

Phần II: TỰ LUẬN.

Câu 1. **[2D2-7.2-3]** Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_2 \frac{x^2+x+2}{2x^2-3x+5} = x^2 - 4x + 3$.

Lời giải

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+x+2\right) - \log_2\left(2x^2-3x+5\right) = \left(2x^2-3x+5\right) - \left(x^2+x+2\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+x+2\right) + \left(x^2+x+2\right) = \log_2\left(2x^2-3x+5\right) + \left(2x^2-3x+5\right)$

Xét hàm $f(t)=\log_2 t+t, t>0$. Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+1>0, \forall t>0 \Rightarrow$ Hàm f đồng biến trên $(0;+\infty)$

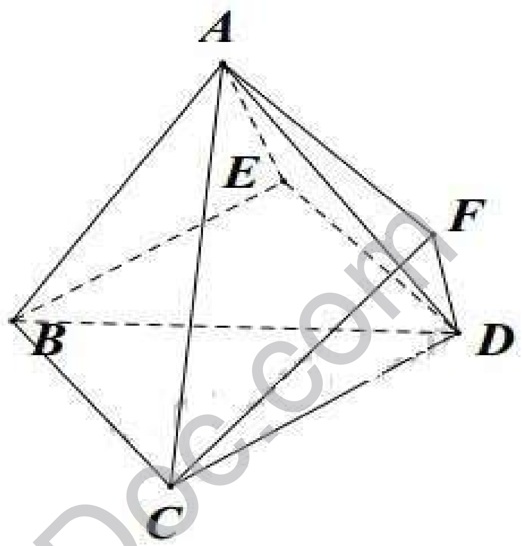
Do đó:

$$f\left(x^2+x+2\right)=f\left(2x^2-3x+5\right) \Leftrightarrow x^2+x+2=2x^2-3x+5 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: $\{1;3\}$

Câu 2. **[2H2-1.2-4]** Cho khối tứ diện $A.BCD$ có $AB=6cm, CD=7cm$, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là 8cm, góc giữa hai đường thẳng AB và CD là 30^0. Thể tích của khối tứ diện $A.BCD$ là:

Lời giải



Phương pháp: tứ giác có các đỉnh là các đỉnh của hình lăng trụ thì $V_{tudien}=\dfrac{1}{3}V_{langtru}$

Khoảng cách giữa 2 đường chéo nhau a,b bằng khoảng cách giữa đường thẳng a tới mặt phẳng (C) với $b\in(C)$ và $a\,//\,(C)$

Cách giải: từ B kẻ $BE\,//\,CD$ và $BE=CD$

Từ C kẻ $CF\,//\,AB$ và $CF=AB$ từ đó ta được hình lăng trụ $ABE.FCD$

Ta có $d\left((ABE),(FCD)\right)=d\left(CD,(ABE)\right)=d\left(AB,CD\right)=8$

$$S_{ABE}=\frac{1}{2}\sin\widehat{ABE}.AB.BE=\frac{1}{2}\sin.\widehat{ABE}.AB.CD=\frac{21}{2}$$

$$\Rightarrow V_{ABE.FCD}=S_{ABE}.d\left((ABE),(FCD)\right)=84$$

$$\Rightarrow V_{ABCD}=\frac{1}{3}V_{ABE.FCD}=28.$$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.C	5.C	6.D	7.D	8.B	9.B	10.D
11.B	12.D	13.A	14.C	15.D	16.B	17.D	18.B	19.A	20.A
21.C	22.C	23.B	24.C	25.D	26.B	27.C	28.D	29.D	30.D
31.D	32.D	33.C	34.D	35.C	36.A	37.A	38.C	39.D	40.B

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. **[2D1-4.6-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x-2}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 2. **[2D1-1.4-2]** Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng:

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C.

Cách giải: Điều kiện xác định của hàm số là: $2x-x^2\ge 0 \Leftrightarrow 0\le x\le 2$;

$y'=\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} \Rightarrow y'<0 \Leftrightarrow x>1$

Kết hợp với điều kiện để hàm số nghịch biến ta có $1<x<2$.

Câu 3. **[2D2-6.1-1]** Phương trình $\log_{\sqrt{3}} x=2$ có nghiệm x bằng:

A. 1. **B.** 9. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Cách giải: ta có $\log_{\sqrt{3}} x=2 \Leftrightarrow x=\left(\sqrt{3}\right)^2=3$.

Câu 4. **[2D2-4.2-2]** Cho hàm số $f(x)=x.e^x$. Giá trị của $f''(0)$ bằng

A. 1. **B.** $2e$. **C.** $3e$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

$f'(x)=e^x+xe^x \Rightarrow f''=2e^x+xe^x \Rightarrow f''(0)=2e^0+0.e^0=2$.

Câu 5. **[2D2-4.1-1]** Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_5\left(x^3-x^2-2x\right)$ là:

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)\cup(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)\cup(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện xác định $x^3-x^2-2x>0 \Leftrightarrow x\left(x^2-x-2\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1<x<0\\ x>2\end{array}\right.$

Tập xác định $D=(-1;0)\cup(2;+\infty)$.

Câu 6. **[2D2-4.8-4]** Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $8,4\%$ năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn, hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D.

Từ công thức bài toán lãi kép: $P_n=P(1+r)^n$. Theo giả thiết thu được số tiền gấp đôi ban đầu thì ta có $2P=P(1+r)^n \Leftrightarrow (1+r)^n=2 \Leftrightarrow n=\log_{1+r}2=\log_{1,084}2\approx 9$.

Câu 7. **[2H1-2.4-1]** Cho hình chóp tam giác có đường cao bằng $100cm$ và các cạnh đáy bằng $20cm$, $21cm$, $29cm$. Thể tích của hình chóp đó bằng:

A. $6000\,cm^3$. **B.** $6213\,cm^3$. **C.** $7000\,cm^3$. **D.** $7000\sqrt{2}\,cm^3$.

Lời giải

Chọn C.

Tam giác đáy của hình chóp của nửa chu vi $p=\dfrac{20+21+29}{2}=35\left(cm\right)$

Và diện tích $S=\sqrt{p\left(p-13\right)\left(p-14\right)\left(p-15\right)}=210\left(cm^2\right)$

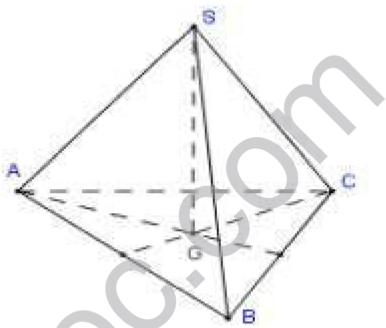
Thể tích hình chóp là $V=\dfrac{1}{3}Sh=\dfrac{1}{3}210.100=7000\left(cm^3\right)$.

Câu 8. **[2H1-2.3-2]** Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết cạnh bên bằng $2a$.

A. $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$. **B.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3}{12}$. **D.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SG\perp\left(ABC\right)$

$$AG=\frac{2}{3}AM=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$$

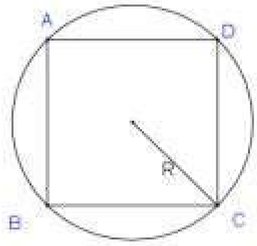
$$S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SG=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}=\frac{a^3\sqrt{11}}{12}.$$

Câu 9. **[2H2-1.5-3]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Hình nón có đỉnh là tâm hình vuông $ABCD$ và đường trong đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$ thì có chiều cao h bằng độ dài cạnh hình lập phương bằng a, đường tròn đáy có bán kính $R=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Độ dài đường sinh là $l=\sqrt{R^2+h^2}=\sqrt{\dfrac{a^2}{2}+a^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\Rightarrow S=\pi Rl=\pi\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10. **[2D2-3.1-3]** Cho a, b là các số hữu tỉ thỏa mãn $\log_2\sqrt[6]{360}=\dfrac{1}{2}+a.\log_2 3+b.\log_2 5$. Tính $a+b$

A. $a+b=5$. **B.** $a+b=0$. **C.** $a+b=\dfrac{1}{2}$. **D.** $a+b=2$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log_2\sqrt[6]{360}=\dfrac{1}{6}.\log_2 360=\dfrac{1}{6}.\log_2\left(2^3.3^2.5\right)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}.\log_2 3+\dfrac{1}{6}.\log_2 5$

Mặt khác $\log_2\sqrt[6]{360}=\dfrac{1}{2}+a.\log_2 3+b.\log_2 5$ suy ra $a=\dfrac{1}{3}$ và $b=\dfrac{1}{6}$ $\Rightarrow a+b=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 11. **[2D1-6.4-3]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f\left(x\right)=2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	$+\infty$

A. $\left[\begin{array}{l}m=0\\m<-3\end{array}\right.$. **B.** $m<-3$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=0\\m<-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$. **D.** $m<-\dfrac{3}{2}$

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng để phương trình $f\left(x\right)=2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}2m=0\\2m<-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m<-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$.

Câu 12. **[2D2-6.2-2]** Tìm số nghiệm của phương trình: $\log_3\left(x-1\right)^2+\log_{\sqrt{3}}\left(2x-1\right)=2$

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình $\log_3\left(x-1\right)^2+\log_{\sqrt{3}}\left(2x-1\right)=2\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1>0;\ x\ne 1\\\log_3\left(x-1\right)^2+2\log_3\left(2x-1\right)=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1>0;\ x\ne 1\\\log_3\left[\left(x-1\right)^2.\left(2x-1\right)^2\right]=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1>0;\ x\ne 1\\\left(x-1\right)^2.\left(2x-1\right)^2=9\end{cases}\Leftrightarrow x=2$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Câu 13. **[2H2-1.3-2]** Một khối nón có thể tích bằng 30π. Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính mặt đáy của khối nón lên hai lần thì thể tích khối nón mới bằng

A. 120π. **B.** 60π. **C.** 40π. **D.** 480π

Lời giải

Chọn A.

Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính mặt đáy của khối nón.

Thể tích khối nón ban đầu là $V_{non} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 30\pi \Rightarrow r^2 h = 90$

Thể tích khối nón sau khi tăng bán kính đáy là $V_s = \frac{1}{3}\pi(2r)^2 h = \frac{4}{3}\pi r^2 h = 120\pi$.

Câu 14. **[2D2-4.2-2]** Cho hàm số $y = \ln\frac{1}{x+1}$. Hỏi hệ thức nào sau đây đúng?

A. $xy'+1 = e^y$. **B.** $xy'-1 = e^y$. **C.** $xy'+1 = -e^y$. **D.** $xy'-1 = -e^y$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y = \ln\frac{1}{x+1} \Rightarrow y' = \left[-\ln(x+1)\right]' = -\frac{1}{x+1} \Rightarrow x.y'+1 = -\frac{x}{x+1}+1 = \frac{1}{x+1} = e^y$.

Câu 15. **[2D1-6.8-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $(C_m): y = x^4 - mx^2 + m - 1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

A. $m > 1$. **B.** $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$. **C.** $m \in \varnothing$. **D.** $m \neq 2$

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và (d) là $x^4 - mx^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 1 = m(x^2-1)$

$(x^2-1)(x^2+1) = m(x^2-1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x^2 = m - 1 \ (*) \end{array}\right.$

Để (C_m) cắt (d) tại bốn điểm phân biệt $\Rightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt khác $\pm 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

Câu 16. **[2D1-1.2-1]** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 3x - 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 2$.

C. $y = x^3 + 3x^2 + 3x - 2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 2$

Lời giải

Chọn B.

Xét hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $x \in \mathbb{R}$, ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \le 0;\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta'_{y'} = b^2 - 3ac \le 0 \end{cases}$ nên hàm số

$y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 17. **[2H1-2.1-3]** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình chữ nhật $AB = a, SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy góc $45°$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn D.

Gọi O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$ và I là trung điểm của SC.

Khi đó $OI \perp (ABCD) \Rightarrow IA = IB = IC = ID$ mà ΔSAC vuông tại A $\Rightarrow IA = IS = IC$

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ suy ra $IA = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = 2a\sqrt{2}$

Mặt khác AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng

$(ABCD) \Rightarrow \widehat{(SC;(ABCD))} = \widehat{(SC;AC)} = \widehat{SAC} = 45^0$

Suy ra ΔSAC vuông cân $\Rightarrow SA = AC = 2a \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.2a.a.a\sqrt{3} = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18. **[2D2-6.1-1]** giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > -1$

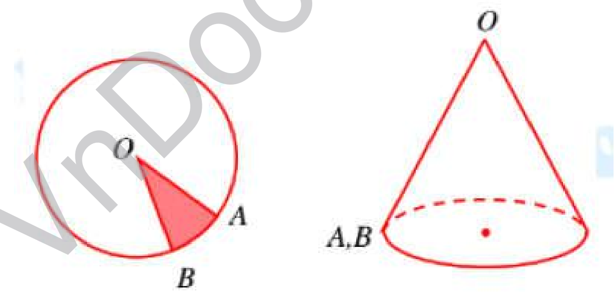
A. $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$

Lời giải

Chọn C.

Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1>0 \\ 2x-1<\left(2^{-1}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1>0 \\ 2x-1<2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 19. **[2H2-1.6-4]** Cho miếng tôn tròn tâm O bán kính R. Cắt miếng tôn hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không đáy (AO trùng với BO). Gọi S, S' lần lượt là diện tích của miếng tôn hình tròn ban đầu và diện tích của miếng tôn còn lại. Tìm tỉ số $\dfrac{S}{S'}$ để thể tích khối nón lớn nhất.



A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi góc $\widehat{AOB} = \alpha\, rad$ suy ra độ dài dây cung AB là $L_{AB} = \alpha.R$

Nên độ dài dây cung còn lại là $L_c = 2\pi R - \alpha R = R(2\pi - \alpha)$ là chu vi của đường tròn đáy của hình nón.

Bán kính đường tròn đáy hình nón là

$R_0 = \dfrac{R(2\pi-\alpha)}{2\pi} = R\left(1-\dfrac{\alpha}{2\pi}\right) \Rightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi.R_0^2.h = \dfrac{1}{3}\pi.R^2.\left(1-\dfrac{\alpha}{2\pi}\right)^2.h$

Mặt khác $h = \sqrt{OA^2 - R_0^2} = \sqrt{R^2 - \left[\dfrac{R(2\pi-\alpha)}{2\pi}\right]^2} = R\sqrt{1-\left(\dfrac{2\pi-\alpha}{2\pi}\right)^2}$

Khi đó $V=\frac{1}{3}\pi.R_0^2.h=\frac{1}{3}\pi.R^3.\left(\frac{2\pi-\alpha}{2\pi}\right)^2\sqrt{1-\left(\frac{2\pi-\alpha}{2\pi}\right)^2}$. Với $t=\frac{2\pi-\alpha}{2\pi}=\frac{R_0}{R}$, ta xét $f(t)=t^2.\sqrt{1-t^2}$

Ta có $f'(t)=\frac{2t-3t^3}{\sqrt{1-t^2}}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{\sqrt{6}}{3}\Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_2=S_{xq}=\pi r_0 l=\pi r R_0 R$

Diện tích miếng tôn ban đầu là $S_1=\pi R^2$ suy ra $\frac{S_1}{S_2}=\frac{R_0}{R}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 20. **[2D2-1.3-1]** Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\left(\sqrt{3}-1\right)^{2017}>\left(\sqrt{3}-1\right)^{2016}$. **B.** $2^{\sqrt{2}+1}>2^{\sqrt{3}}$.

C. $\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2016}>\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$. **D.** $\left(\sqrt{2}+1\right)^{2017}>\left(\sqrt{2}+1\right)^{2016}$

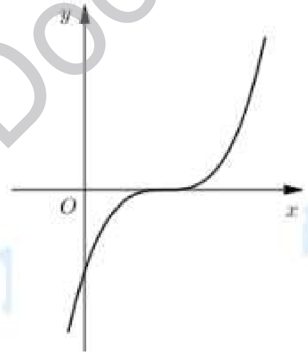
Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y=a^x$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a>1$ và là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0<a<1$. Khi đó xét với $x_1>x_2$ thì $a^{x_1}>a^{x_2}$ khi $a>1$ và $a^{x_1}<a^{x_2}$ khi $0<a<1$

Dựa vào các đáp án, ta thấy rằng $\left(\sqrt{3}-1\right)^{2017}<\left(\sqrt{3}-1\right)^{2016}$ vì $\begin{cases}0<a=\sqrt{3}-1<1\\x_1=2017>x_2=2016\end{cases}$.

Câu 21. **[2D1-5.3-2]** Cho hàm số $y=ax^2+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b<0,c<0,d<0$. **B.** $a>0,b>0,c>0,d<0$.

C. $a>0,b<0,c<0,d>0$. **D.** $a>0,b<0,c>0,d<0$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm Số, ta có các nhận xét sau

Ta thấy rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty;\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty\Rightarrow$ hệ số $a>0$

Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm $A(x_A;0)$ với $x_A>0$ chính là điểm uốn của đồ thị hàm số.

Do đó $y'=3ax^2+2bx+c\Rightarrow y''=6ax+2b\Rightarrow y''(x_A)=0\Leftrightarrow b=-3a.x_A<0$

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $B(0;y_B)$ với $y_B<0\Rightarrow y_B=d<0$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow y'\geq0;\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow b^2-4ac<0$ mà $a>0\Rightarrow c>0$.

Câu 22. **[2D1-3.2-2]** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3-2x^2+7x-1$ trên $[-3;2]$

A. 3. **B.** -1. **C.** 4. **D.** -13

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y=-x^3-2x^2+7x-1$ trên đoạn $[-3;2]$

ta có $y'=7-4x-3x^2; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{7}{3}\end{array}\right.$

Tính các giá trị $y(-3)=-13, y(1)=3, y\left(-\dfrac{7}{3}\right)=-\dfrac{419}{27}, y(2)=-3$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.

Câu 23. **[2D1-6.15-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=-2x+m$. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A, B và trung điểm của AB có hoành độ bằng $\dfrac{5}{2}$

A. 8. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là

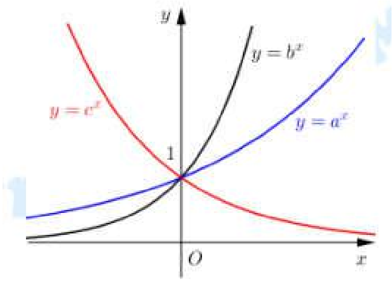
$\dfrac{x+1}{x-1}=m-2x \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ 2x^2-(m+1)x+m+1=0(*)\end{cases}$

Để (C) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm khác 1

$\Leftrightarrow (m+1)^2-8(m+1)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>7 \\ m<-1\end{array}\right.$

Khi đó gọi x_A, x_B là hoành độ của hai giao điểm A, B suy ra $x_A+x_B=5=\dfrac{m+1}{2} \Rightarrow m=9$.

Câu 24. **[2D2-4.7-2]** Cho ba hàm số $y=a^x, y=b^x, y=c^x$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a>b>c>1$. **B.** $1<c<b<a$. **C.** $c<1<b<a$. **D.** $c<1<a<b$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có các nhận xét sau:

Hàm số $y=a^x, y=b^x$ là các hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=c^x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Khi đó $y'=\begin{cases}\{a^x.\ln a; b^x.\ln b\}>0 \\ c^x.\ln c<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\{\ln a;\ln b\}>0 \\ \ln c<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z,b>1 \\ 0<c<1\end{cases}$

Ta có $\begin{cases} f(x)=a^x \\ g(x)=b^x\end{cases}$ mà $f(x_0)<g(x_0)$ (khi $x_0\to+\infty$) $\Rightarrow a^{x_0}<b^{x_0} \Rightarrow a<b$

Hoặc có thể chọn $x=10$ thì $1<a^{10}<b^{10} \Rightarrow a<b$

Vậy ta được $b>a>1>c>0$.

Câu 25. **[2D2-3.1-1]** Cho $a,b>0$ và $a,b \neq 1$. Đặt $\log_a b=\alpha$, tính theo α biểu thức $P=\log_{a^2} b-\log_{\sqrt{b}} a^3$

A. $P=\dfrac{2-5\alpha^2}{\alpha}$. **B.** $P=\dfrac{\alpha^2-12}{2\alpha}$. **C.** $P=\dfrac{4\alpha^2-3}{2\alpha}$. **D.** $P=\dfrac{\alpha^2-3}{\alpha}$

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$$P=\log_{a^2} b-\log_{\sqrt{b}} a^3=\frac{1}{2}.\log_a b-2\log_b a^3=\frac{1}{2}.\log_a b-6.\log_b a=\frac{1}{2}.\log_a b-\frac{6}{\log_a b}=\frac{\alpha^2-12}{2\alpha}.$$

Câu 26. **[2H2-1.3-1]** Cho tam giác ABC đều cạnh a, đường cao AH. Tính thể tích của khối nón sinh ra khi cho tam giác ABC quay xung quanh trục AH.

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{24}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$

Lời giải

Chọn D.

Khi quay tam giác ABC quanh trục AH ta được khối nón có bán kính $r=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{a}{2}$

Và chiều cao của khối nón là $h=AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy thể tích khối nón cần tính là

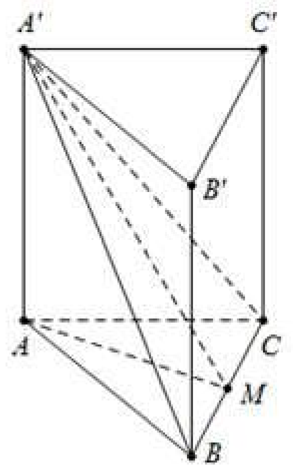
$V=\dfrac{1}{3}.\pi r^2 h=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 27. **[2H1-3.9-2]** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$; góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là $60°$. Tính thể tích khối chóp $ABCC'B'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Lời giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm của BC, ΔABC đều nên $AM \perp BC$

Tam giác $A'BC$ đều nền $A'M \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AM)$

Ta có $\begin{cases}(A'AM)\cap(A'BC)=A'M \\ (A'AM)\cap(ABC)=AM\end{cases} \Rightarrow \widehat{(A'BC);(ABC)}=\widehat{(A'M,AM)}=\widehat{A'MA}$

Xét $\Delta AA'M$ vuông tại A, có $\tan\widehat{A'MA}=\dfrac{AA'}{AM}\Rightarrow AA'=\tan 60^0.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a}{2}$

Tứ giác $BCC'B'$ là hình chữ nhật có diện tích $S_{BCC'C}=BB'.BC=\dfrac{3a^2}{2}$

Mà $\begin{cases}AM\perp BC\\AM\perp BB'\end{cases}\Rightarrow AM\perp(BCC'B')\Rightarrow d(A;(BCC'B'))=AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

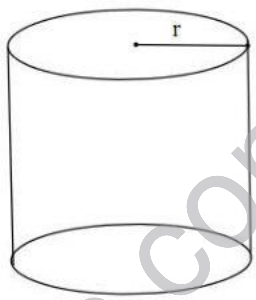
Thể tích khối chóp $ABCC'B'$ là $V_{ABCC'B'}=\dfrac{1}{3}d(A;(BCC'B')).S_{BCC'B'}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 28. **[2H2-2.7-3]** Một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước $50\text{cm}\times 100\text{cm}$, người ta gò tấm tôn đó thành mặt xung quanh của thùng đựng nước hình trụ có chiều cao 50cm. Tính bán kính R của đáy thùng gò được.

A. $R=\dfrac{50}{\pi}cm$. **B.** $R=\dfrac{100}{\pi}cm$. **C.** $R=\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}cm$. **D.** $R=\dfrac{10}{\sqrt{\pi}}cm$

Lời giải

Chọn A.



$S_{xung\ quanh}=2\pi.rh$

- **Cách giải**: $S_{xq}=50.100=2\pi.r.50\Rightarrow r=\dfrac{50}{\pi}$.

Câu 29. **[2D1-4.1-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) và $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2,\ \lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (C) có đúng một tiệm cận ngang.

B. (C) không có tiệm cận ngang.

C. (C) có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.

D. (C) có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

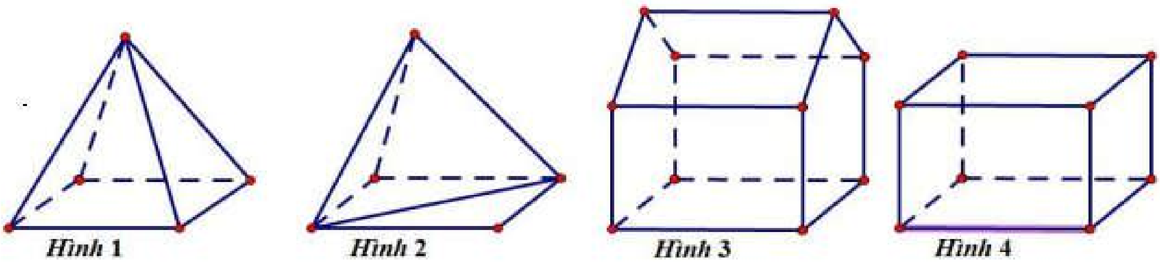
Lời giải

Chọn D.

$\lim\limits_{x\to+\infty}=2\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là y = 2

$\lim\limits_{x\to-\infty}=-2\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-2$.

Câu 30. **[2H1-1.3-1]** Hình nào dưới đây **không phải** hình đa diện?



A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

Lời giải

Chọn C.

Hình đa diện (gọi tắt là đa diện) (H) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai điều kiện:

Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không giao nhau, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.

Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Mỗi đa giác như thế được gọi là một mặt của hình đa diện (H). Các đỉnh, cạnh của các đa giác ấy theo thứ tự gọi là các đỉnh, cạnh của hình đa diện (H).

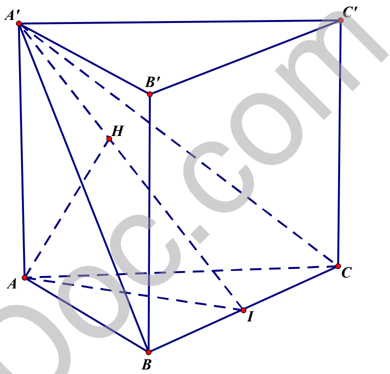
Từ lí thuyết hình 2 không phải hình đa diện.

Câu 31. **[2H1-4.1-2]** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $\breve{a}$, cạnh bên $AA' = \sqrt{3}$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$

A. $d = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$. **B.** $d = \dfrac{2\sqrt{15}}{5}$. **C.** $d = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $d = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là trung điểm của BC

Hạ AH vuông góc với $A'I$

Ta có: $\begin{cases} AI \perp BC \\ A'I \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'I) \Rightarrow BC \perp AH$

$\begin{cases} A'I \perp AH \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BC) \Rightarrow d\left(A;(A'BC)\right) = AH$

$AI = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AA^2} + \dfrac{1}{AI^2} \Rightarrow AH = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 32. **[2D1-3.2-2]** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 - 2x^2 + 7x - 1$ trên $[-3;2]$

A. 3. **B.** -1. **C.** 4. **D.** -13

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y = -x^3 - 2x^2 + 7x - 1$ trên đoạn $[-3;2]$

ta có $y' = 7 - 4x - 3x^2; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\dfrac{7}{3} \end{array}\right.$

Tính các giá trị $y(-3) = -13, y(1) = 3, y\left(-\dfrac{7}{3}\right) = -\dfrac{419}{27}, y(2) = -3$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.

Câu 33. **[2D1-3.14-4]** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=45t^2-t^3$. Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người / ngày) tạithời điểm t. Hỏi tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên.

A. 30. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C.

$f(t)=45t^2-t^3$

$f'(t)=90t-3t^2$

$f''(t)=90-6t=0 \Leftrightarrow t=15$.

Câu 34. **[2H1-2.1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính độ dài SA

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A.

Thể tích của khối chóp là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} \Rightarrow SA=\frac{3.V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{3a^3}{4}:a^2\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 35. **[2D1-6.0-2]** Đồ thị của hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ tiếp xúc với trục hoành tại gốc tọa độ và cắt đường thẳng $x=1$ tại điểm có tung độ bằng 3 khi

A. $a=2;b=1;c=0$. **B.** $a=c=0,b=2$. **C.** $a=b=0,c=2$. **D.** $a=2,b=c=0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

Đồ thị hàm số tiếp xúc với hoành độ tại gốc tọa độ, khi đó $\begin{cases} f'(0)=0 \\ f(0)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(0)=b=0 \\ c=0 \end{cases}$

Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $x=1$ tại điểm có tung độ bằng 3, khi đó đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;3) \Rightarrow f(10)=3 \Leftrightarrow 1+a=3 \Leftrightarrow a=2$.

Suy ra $a=2,b=c=0.$.

Câu 36. **[2D1-3.14-4]** Một người nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người đó thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A. 12. **B.** 14. **C.** 10. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A.

Khối lượng cá mỗi đơn vị diện tích sau khi thu hoạch bằng

$n.P(n)=480n-20n^2=20\left[144-(12-n)^2\right]\le 2880$

Suy ra dấu $"="$ xảy ra khi $nP(n)=2880 \Leftrightarrow m=12$

Vậy cần thả 12 con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất.

Câu 37. **[2H2-3.5-2]** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đường cao $SO = a$, $\widehat{SAB} = 45°$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

Tam giác SAB cân tại S có $\widehat{SAB} = 45^o \Rightarrow \Delta SAB$ vuông cân tại S

Suy ra $SA \perp SB$ mà $\Delta SAB = \Delta SBC = \Delta SAC \Rightarrow SA, SB, SC$ đôi một vuông góc với nhau

Khi đó $\frac{1}{SO^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}$ mà $SA = SB = SC = x \Rightarrow x = a\sqrt{3}$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = \frac{\sqrt{SA^2 + SB^2 + SC^2}}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$.

Câu 38. **[2D2-4.5-2]** Hỏi với giá trị nào của a thì hàm số $y = (3-a)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $2 < a < 3$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $a > 2$. **D.** $a < 0$

Lời giải

Chọn A.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $0 < 3 - a \neq 1 \Leftrightarrow 2 \neq a < 3$.

Câu 39. **[2D2-1.1-4]** Cho các số $m > 0, n > 0, p > 0$ thỏa mãn $4^m = 10^n = 25^p$. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{n}{2m} + \frac{n}{2p}$

A. $T = 1$. **B.** $T = \frac{5}{2}$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = \frac{1}{10}$

Lời giải

Chọn A.

Từ $4^m = 10^n = 25^p \Rightarrow m\log 4 = n = p\log 25 \Rightarrow \begin{cases} \frac{n}{m} = \log 4 = 2\log 2 \\ \frac{n}{p} = \log 25 = 2\log 5 \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{n}{m} + \frac{n}{p} = 2(\log 2 + \log 5) = 2\log 10 = 2 \Rightarrow T = 1$

Cách 2: Cho $m = 1 \Rightarrow n = \log_{10} 4; p = \log_{25} 4$ do đó $T = \frac{n}{2m} + \frac{n}{2p} = 1$.

Câu 40. **[2D1-2.3-2]** Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$

A. $x = 3$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 1$. **D.** $(3;1)$

Lời giải

Chọn A.

$y' = x^2 - 4x + 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.; y'' = 2x - 4$

Ta có $y''(1) = -2 < 0 \Rightarrow x = 1$ là điểm cực đại; $y''(3) = 2 > 0 \Rightarrow x = 3$ là điểm cực tiểu của hàm số.

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN.

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3-2x^2+7x-1$ trên $[-3;2]$

Lời giải

Xét hàm số $y=-x^3-2x^2+7x-1$ trên đoạn $[-3;2]$

ta có $y'=7-4x-3x^2; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{7}{3} \end{array}\right.$

Tính các giá trị $y(-3)=-13, y(1)=3, y\left(-\dfrac{7}{3}\right)=-\dfrac{419}{27}, y(2)=-3$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.

Câu 2. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AD; M trung điểm CD; cạnh bên SB hợp với đáy góc 60^0. Thể tích của khối chóp $S.ABM$ là:

Lời giải

Gọi H là trung điểm của AD nên $SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABM}=\dfrac{1}{3}.SH.V_{\Delta ABM}=\dfrac{1}{6}.SH.AB.BC$

Ta có HB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow \widehat{(SB;(ABCD))}=\widehat{(SB;HB)}=\widehat{SBH}=60^0$

Xét ΔSHB vuông tại H, có $\tan\widehat{SBH}=\dfrac{SH}{BH} \Rightarrow SH=\tan 60^0.BH=\sqrt{3}.\dfrac{a\sqrt{5}}{2}=\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABM$ là $V_{S.ABM}=\dfrac{1}{6}.\dfrac{a\sqrt{15}}{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.D	5.C	6.D	7.C	8.A	9.C	10.C
11.C	12.B	13.A	14.A	15.C	16.B	17.D	18.C	19.B	20.A
21.D	22.A	23.C	24.D	25.B	26.D	27.C	28.A	29.D	30.C
31.A	32.A	33.C	34.A	35.D	36.A	37.C	38.A	39.A	40.A

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 05

PHẦN 1: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-4.2-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. Xét các mệnh đề sau.

1) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

2) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

3) Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

4) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Số mệnh đề đúng là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x-1)^2}>0\ \forall\ x\neq 1$.

Suy ra hàm số đã cho đồng biến các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Do đó chỉ có mệnh đề 3 và 4 đúng.

Câu 2. **[2H1-3.3-1]** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối lặng trụ.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$, $h=AA'=a\sqrt{2}$.

Thể tích $V=h.S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 3. **[2D2-6.2-2]** Giải phương trình $\log_3(6x+5)=2$.

A. $x=\dfrac{5}{6}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=\dfrac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

$\log_3(6x+5)=2\Leftrightarrow 6x+5=3^2\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 4. **[2D1-4.2-2]** Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ lần lượt là

A. $x=2; y=1$. **B.** $y=2; x=1$. **C.** $x=2; y=-1$. **D.** $x=-2; y=1$

Lời giải

Chọn A.

Tiệm cận đứng: $x=2$, tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 5. **[2D2-4.2-1]** Tính đạo hàm của hàm số $y=e^x\sin 2x$.

A. $e^x(\sin 2x-\cos 2x)$. **B.** $e^x(\sin 2x+2\cos 2x)$.

C. $e^x(\sin 2x+\cos 2x)$. **D.** $e^x\cos 2x$.

Lời giải

Chọn B.

$y'=\left(e^x\right)'\sin 2x+e^x.(\sin 2x)'=e^x\sin 2x+2e^x\cos 2x=e^x(\sin 2x+2\cos 2x)$.

Câu 6. **[2D2-6.2-1]** Giải bất phương trình $2^{-x^2+3x}>4$

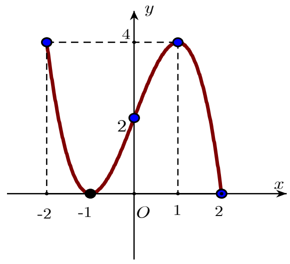
A. $\left[\begin{array}{l}x>2\\x<1\end{array}\right.$. **B.** $2<x<4$. **C.** $1<x<2$.. **D.** $0<x<2$.

Lời giải

Chọn C.

$2^{-x^2+3x}>4\Leftrightarrow -x^2+3x>2\Leftrightarrow -x^2+3x-2>0$.

Câu 7. **[2D1-2.2-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?



A. $x=-1$. **B.** $x=1$.
C. $x=-2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ và đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Câu 8. **[2H1-1.2-1]** Chọn cụm từ (hoặc từ) cho dưới đây để sau khi điền nó vào chỗ trống mệnh đề sau trở thành mệnh đề đúng:

" Số cạnh của một hình đa diện luôn ……………… số đỉnh của hình đa diện ấy."

A. bằng. **B.** nhỏ hơn hoặc bằng.
C. nhỏ hơn. **D.** lớn hơn.

Lời giải

Chọn D.

Câu 9. **[2H1-3.6-2]** Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AD'=2a$

A. $V=a^3$. **B.** $V=8a^3$. **C.** $V=2\sqrt{2}a^3$. **D.** $V=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi x là cạnh của hlp => $AD'=x\sqrt{2}=2a$ => $x=a\sqrt{2}\Rightarrow V=2\sqrt{2}a^3$.

Câu 10. **[2H1-2.2-2]** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc đáy và $SA=2\sqrt{3}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V=\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{2}$. **D.** $V=a^3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $S_{day}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $h=SA=2\sqrt{3}a\Rightarrow V=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 11. **[2D1-2.2-2]** Hàm số $y=\left|x^2+5x+4\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y=\left|x^2+5x+4\right|=\begin{cases}x^2+5x+4 & \left(x^2+5x+4\ge 0\right)\\ -x^2-5x-4 & \left(x^2+5x+4<0\right)\end{cases}$.

$y'=\begin{cases}2x+5 \text{ neu } x^2+5x+4\ge 0\\ -2x-5 \text{ neu } x^2+5x+4<0\end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-4		$-5/2$		-1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$-\frac{9}{4}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số có 3 cực trị.

Câu 12. **[2D2-6.3-2]** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2\log_4(x-3)+\log_4(x-5)^2=0$ bằng

A. 8. **B.** $8+\sqrt{2}$. **C.** $8-\sqrt{2}$. **D.** $4+\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases}x>3\\ x\ne 5\end{cases}$.

$2\log_4(x-3)+\log_4(x-5)^2=0\Leftrightarrow 2\log_4(x-3)+2\log_4|x-5|=0\Leftrightarrow \log_4(x-3)|x-5|=0$

$\Leftrightarrow (x-3)|x-5|=1$ (*).

+) Nếu $x>5$ thì (*) $\Leftrightarrow (x-3)(x-5)=1\Leftrightarrow x=4+\sqrt{2}$.

+) Nếu $3<x<5$ thì (*) $\Leftrightarrow -(x-3)(x-5)=1\Leftrightarrow x=4$.

Vậy tổng các nghiệm bằng $8+\sqrt{2}$.

Câu 13. **[2D2-4.3-2]** Cho $\log_2 b=4, \log_2 c=-4$. Hãy tính $\log_2\left(b^2c\right)$

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A.

$\log_2 b=4\Leftrightarrow b=2^4=16$, $\log_2 c=-4\Leftrightarrow c=2^{-4}=\frac{1}{16}$.

Vậy $\log_2\left(b^2c\right)=\log_2\left(16^2.\frac{1}{16}\right)=4$.

Câu 14. **[2D2-6.4-2]** Tính giá trị của biểu thức sau: $\log^2_{\frac{1}{a}} a^2+\log_{a^2} a^{\frac{1}{2}}$; $1\ne a>0$.

A. $\frac{17}{4}$. **B.** $\frac{13}{4}$. **C.** $-\frac{11}{4}$. **D.** $-\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

$\log^2_{\frac{1}{a}} a^2+\log_{a^2} a^{\frac{1}{2}}=(-2\log_a a)^2+\frac{1}{4}\log_a a=\frac{17}{4}$.

Câu 15. **[2D1-9.1-2]** Cho a,b là các số thực dương. Viết biểu thức $\sqrt[12]{a^3b^3}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

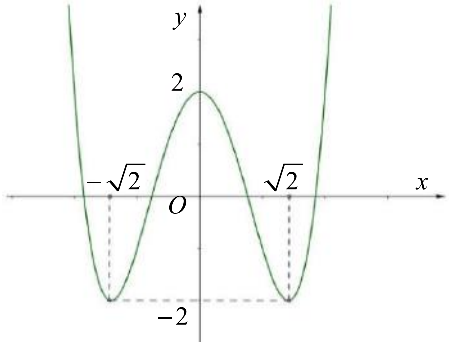
A. $a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{1}{2}}$. **B.** $a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{9}}$. **C.** $a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}$. **D.** $a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{3}{4}}$.

Lời giải

Chọn C.

Do a,b dương nên: $\sqrt[12]{a^3b^3} = a^{\frac{3}{12}}.b^{\frac{3}{12}} = a^{\frac{1}{4}}.b^{\frac{1}{4}}$.

Câu 16. **[2D2-6.4-2]** Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là đồ thị hàm số nào?



A. $y = x^4 - 4x^2 + 2$. **B.** $y = x^4 - 4x^2 - 2$. **C.** $y = x^4 + 4x^2 + 2$. **D.** $y = -x^4 + 4x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 17. **[2D2-5.2-2]** Giải bất phương trình $2^{\frac{4x-1}{2x+1}} < 2^{\frac{2-2x}{2x+1}} + 1$.

A. $\left[\begin{array}{l} x < -\frac{1}{2} \\ x > 1 \end{array}\right.$. **B.** $-\frac{1}{2} < x < 1$. **C.** $x > 1$. **D.** $x < -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Thử với $x = 0$ ta được: $2^{-1} < 2^2 + 1$ (đúng).

Câu 18. **[2D1-3.3-1]** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2+9}{x}$ trên đoạn $[1;4]$.

A. $\max\limits_{[1;4]} y = 11$. **B.** $\max\limits_{[1;4]} y = \frac{25}{4}$·. **C.** $\max\limits_{[1;4]} y = 10$. **D.** $\max\limits_{[1;4]} y = 6$.

Lời giải

Chọn C.

$y = \frac{x^2+9}{x} = x + \frac{9}{x} \Rightarrow y' = 1 - \frac{9}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \in [1;4] \\ x = -3 \notin [1;4] \end{array}\right.$

$y(1) = 10$; $y(4) = \frac{25}{4}$; $y(3) = 6$.

Vậy: $\max\limits_{[1;4]} y = 10$.

Câu 19. **[2D1-9.1-1]** Xét các mệnh đề sau:

1. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2x-3}$ có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

2. Đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có hai đường tiệm cận ngang và một đường tiệm cận đứng.

3. Đồ thị hàm số $y=\frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$ có một đường tiệm cận ngang và hai đường tiệm cận đứng.
Số mệnh đề **ĐÚNG** là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C.

$y=\frac{1}{2x-3}$ có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x}=2;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x}=\frac{1}{2}\Rightarrow y=\frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có hai đường tiệm cận ngang và một đường tiệm cận đứng.

$y=\frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$ có tập xác định $D=\left[\frac{1}{2};+\infty\right)\backslash\{1\}$ nên có tối đa một đường tiệm cận đứng.

Câu 20. **[2D2-1.2-1]** Cho a,b là hai số thực dương. Rút gọn biểu thức $\frac{a^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{b}+b^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}$.

A. $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}$. **C.** $\sqrt[3]{ab}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\frac{a^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{b}+b^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{ab}$.

Câu 21. **[2D2-6.2-2]** Giải bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-3x+2\right)\ge-1$

A. $x\in(-\infty;1)$. **B.** $x\in[0;2)$. **C.** $x\in[0;1)\cup(2;3]$. **D.** $x\in[0;2)\cup(3;7]$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-3x+2\right)\ge-1\Leftrightarrow\begin{cases}\left(x^2-3x+2\right)>0\\\left(x^2-3x+2\right)\le2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x<1\\x>2\end{array}\right.\\0\le x\le3\end{cases}\Leftrightarrow x\in[0;1)\cup(2;3].$$

Câu 22. **[2D2-7.1-2]** Giả sử ta có hệ thức $a^2+b^2=7ab\quad(a,b>0)$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $2\log_2(a+b)=\log_2a+\log_2b$. **B.** $2\log_2\frac{a+b}{3}=\log_2a+\log_2b$.

C. $\log_2\frac{a+b}{3}=2(\log_2a+\log_2b)$. **D.** $4\log_2\frac{a+b}{6}=\log_2a+\log_2b$.

Lời giải

Chọn B.

Từ $a^2+b^2=7ab$ a² + b² = 7ab.Ta có $(a+b)^2-2ab=7ab\Leftrightarrow(a+b)^2=9ab\Leftrightarrow(\frac{a+b}{3})^2=ab$

Lấy logarit cơ số 2 hai vế ta có: $2\log_2\frac{a+b}{3}=\log_2a+\log_2b$.

Câu 23. **[2D1-3.1-1]** Một hộp giấy hình hộp chữ nhật có thể tích $3\,\text{dm}^3$. Nếu tăng mỗi cạnh của hộp giấy thêm $\sqrt[3]{3}\,\text{dm}$ thì thể tích của hộp giấy là $24\,\text{dm}^3$. Hỏi nếu tăng mỗi cạnh của hộp giấy ban đầu lên $2\sqrt[3]{3}\,\text{dm}$ thì thể tích hộp giấy mới là:

A. $48\,\text{dm}^3$. **B.** $192\,\text{dm}^3$. **C.** $72\,\text{dm}^3$. **D.** $81\,\text{dm}^3$.

Lời giải

Chọn D.

Chọn kích thước 3 cạnh là $\sqrt[3]{3}dm$, $\sqrt[3]{3}dm$, $\sqrt[3]{3}dm$ thỏa mãn giả thiết bài toán. Khi đó tăng thêm mỗi kích thước $2\sqrt[3]{3}\,\text{dm}$ thì thể tích khối hộp là $V=3\sqrt[3]{3}.3\sqrt[3]{3}.3\sqrt[3]{3}=81dm^3$.

Câu 24. **[2H2-2.3-2]** Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy R, chiều cao h và độ dài đường sinh l là?

A. $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rl$. **B.** $S_{tp}=\pi R^2+2\pi Rl$. **C.** $S_{tp}=\pi R^2+\pi Rl$. **D.** $S_{tp}=2\pi R^2+\pi Rl$.

Lời giải

Chọn A.

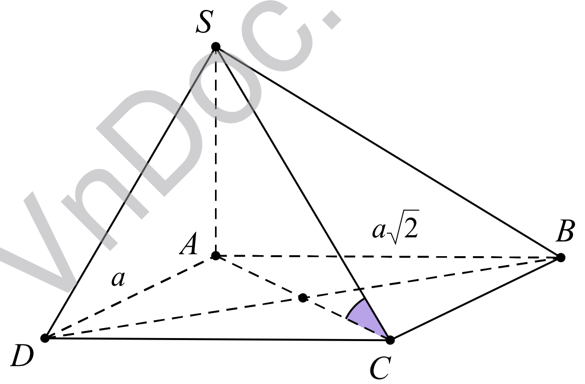
Áp dụng công thức SGK.

Câu 25. **[2H2-4.1-1]** Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$; $SA\perp(ABCD)$, góc giữa SC và đáy bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $\sqrt{6}a^3$.. **B.** $3a^3$.. **C.** $3\sqrt{2}a^3$.. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D.



• $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=a\sqrt{3}$.

• AC là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$

$\Rightarrow\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SC,AC}\right)=\widehat{SCA}=60^\circ$

• ΔSAC vuôngtại $A\Rightarrow SA=AC\tan\widehat{SCA}=a\sqrt{3}\tan 60^\circ=3a$.

• $S_{ABCD}=AB.AD=a.a\sqrt{2}=a^2\sqrt{2}.\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.3a.a^2\sqrt{2}=\sqrt{2}a^3$..

Câu 26. **[2H2-1.3-2]** Thiết diện qua trục của hình nón (N) là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích toàn phần của hình nón này?

A. $S_{tp}=\dfrac{\pi a^2\left(2+\sqrt{2}\right)}{2}$. **B.** $S_{tp}=\dfrac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$. **C.** $S_{tp}=\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)$. **D.** $S_{tp}=\dfrac{\pi a^2\left(3+\sqrt{2}\right)}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân tại đỉnh của hình nón.

Do đó đường sinh $l=a$ và đường kính đáy là $d=a\sqrt{2}\Rightarrow$ bán kính $R=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Diện tích toàn phần của hình nón là: $S_{tp}=\pi.R.l+\pi.R^2=\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a+\pi\dfrac{a^2}{2}=\dfrac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$.

Câu 27. **[2D1-6.3-2]** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3;20)$ và có hệ số góc m. Giá trị của m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt là

A. $m\ge\dfrac{15}{4}$. **B.** $m>\dfrac{15}{4},m\ne 24$. **C.** $m<\dfrac{15}{4},m\ne 24$. **D.** $m<\dfrac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng $d: y=m(x-3)+20$

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3-3x+2=m(x-3)+20\Leftrightarrow(x-3)\left(x^2+3x+6-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ g(x)=x^2+3x+6-m=0\end{array}\right.$$

Để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $g(x)=0$ phải có 2 nghiệm phân biệt

$$x\ne 3\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=4m-15>0\\ g(3)=24-m\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\dfrac{15}{4}\\ m\ne 24\end{cases}.$$

Câu 28. **[2D2-5.3-2]** Giải phương trình: $3^x-8.3^{\frac{x}{2}}+15=0$

A. $\left[\begin{array}{l}x=\log_3 5\\ x=\log_3 25\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\log_3 5\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\log_3 25\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=3\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C.

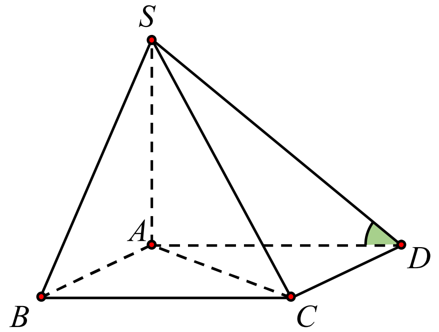
Đặt $t=3^{\frac{x}{2}}\ (t>0)$. Phương trình đã cho được viết lại

$$t^2-8t+15=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=5\\ t=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^{\frac{x}{2}}=5\\ 3^{\frac{x}{2}}=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\log_3 5\\ x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\log_3 25\\ x=2\end{array}\right..$$

Câu 29. **[2H1-2.3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=a; AC=5a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, cạnh bên SB tạo với đáy một góc bằng $60°$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $2\sqrt{2}a^3$. **B.** $4\sqrt{2}a^3$. **C.** $6\sqrt{2}a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải



Chọn A.

Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy suy ra $SA\perp(ABCD)$.

$(SB,(ABCD))=(SB,AB)=\widehat{SBA}=60°$

Do đó: Đường cao $SA=AB\tan 60°=a\sqrt{3}$

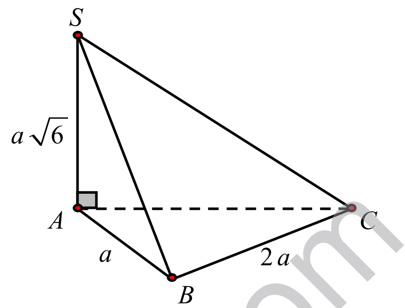
Diện tích đáy $S_{ABCD}=AB.BC=AB.\sqrt{AC^2-AB^2}=a.\sqrt{25a^2-a^2}=2a^2\sqrt{6}$

Thể tích $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.2a^2\sqrt{6}=2a^3\sqrt{2}$.

Câu 30. **[2H1-2.2-2]** Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $AB=a$, $BC=2a$, chiều cao $SA=a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp là

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $V=2a^3\sqrt{6}$.

Lời giải



Chọn A.

Xét tam giác vuông ABC có $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=a\sqrt{3}$

Nên: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.SA.\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{6}.SA.AB.AC=\frac{1}{6}a\sqrt{6}.a.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 31. **[2D2-5.8-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9^x-2m.3^x+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ sao cho $x_1+x_2=3$ là

A. $m=-\frac{3}{2}$. **B.** $m=\frac{27}{2}$. **C.** $m=3\sqrt{3}$. **D.** $m=\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

• Đặt $t=3^x, t>0$. PT trở thành $\begin{cases}t>0\\ t^2-2mt+2m=0\ (2)\end{cases}$

• PT đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ sao cho $x_1+x_2=3\Leftrightarrow$ PT(2) có hai nghiệm dương phân biệt t_1,t_2 thoả $t_1.t_2=27$ (vì $3^{x_1+x_2}=3^3\Leftrightarrow t_1.t_2=27$) $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P=27\end{cases}\Leftrightarrow m=\frac{27}{2}$.

Câu 32. **[2D2-6.5-3]** Giải bất phương trình $\log_{0,7}\left(\log_6\frac{x^2+x}{x+4}\right)<0$

A. $(-4;-3)\cup(8;+\infty)$. **B.** $(-4;-3)$. **C.** $(-4;+\infty)$. **D.** $(8;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D=(-4;1)\cup(0;+\infty)$.

Ta có: $\log_{0,7}\left(\log_6 \dfrac{x^2+x}{x+4}\right)<0 \Leftrightarrow \log_6 \dfrac{x^2+x}{x+4}>1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2+x}{x+4}>6 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-5x-24}{x+4}>0$.

$\Leftrightarrow -4<x<-3 \vee x>8$.

Câu 33. **[2D1-6.17-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}(C)$. Tìm giá trị m để đường thẳng $d: y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt sao cho tam giác OAB vuông tại A hoặc B.

A. $m=1\pm\sqrt{5}$. **B.** $m=1\pm\sqrt{3}$. **C.** $m=1\pm\sqrt{2}$. **D.** $m=1\pm\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm : $\dfrac{2x-1}{x-1}=x+m \Leftrightarrow x^2+(m-3)x+1-m=0\ (*)$.

Ta có d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi chỉ khi $\begin{cases}\Delta=m^2-2m+5>0\\ (1)^2+(m-3).1+1-m\neq 0\end{cases}$ (luôn đúng với mọi m).

Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm phương trình $(*)$, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=3-m\\ x_1x_2=1-m\end{cases}$ và (C) cắt d tại $A(x_1;x_1+m)$, $B(x_2;x_2+m)$.

Vectơ $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;x_2-x_1)$ cùng phương với vectơ $\vec{u}=(1;1)$.

Tam giác OAB vuông tại A khi chỉ khi $\overrightarrow{OA}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 2x_1+m=0$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}x_1+x_2=3-m\\ x_1x_2=1-m\\ 2x_1=-m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x_1=-m\\ 2x_2=6-m\\ -m(6-m)=4-4m\end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}m=1+\sqrt{5}\\ m=1-\sqrt{5}\end{array}\right.$.

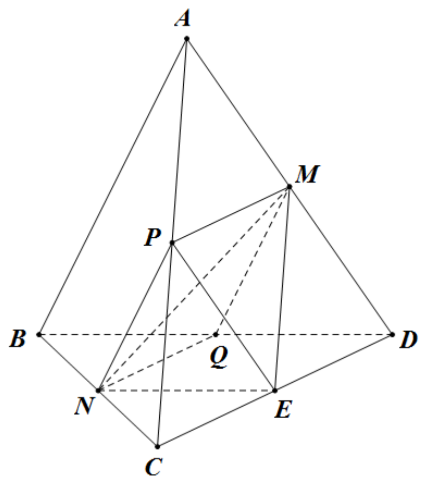
Câu 34. **[2H1-4.2-3]** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Biết $V_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ và $d(AB,CD)=a$. Khi đó độ dài MN là.

A. $MN=a\sqrt{2}$ hoặc $MN=a\sqrt{6}$. **B.** $MN=a\sqrt{2}$ hoặc $MN=a\sqrt{3}$.

C. $MN=\dfrac{a}{2}$ hoặc $MN=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $MN=a$ hoặc $MN=a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi P, Q, E lần lượt là trung điểm của AC, BD, CD. Ta có tứ giác $MQNP$ là hình thoi cạnh $\frac{a}{2}$. Ta chứng minh được $V_{CDMQNP}=\frac{1}{2}V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ (dựa vào $AB€CD€(MQNP)$ và AB, CD chéo nhau).

Mặt khác: $V_{C.PNE}=V_{D.QME}=\frac{1}{8}V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{96}\Rightarrow V_{E.MQNP}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}-2.\frac{a^3\sqrt{3}}{96}=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Vì AB, CD chéo nhau và $d(AB,CD)=a$ nên $d(CD,(MQNP))=\frac{a}{2}$ (thật vậy, gọi Δ là đường vuông góc chung của AB, CD thì $\Delta\perp(MQNP)$ vì $\Delta\perp NP$, $\Delta\perp NQ$).

Suy ra $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}=V_{E.MQNP}=\frac{1}{3}d(CD,(MQNP)).S_{MQNP}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.S_{MQNP}$.

$\Rightarrow S_{MQNP}=\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$

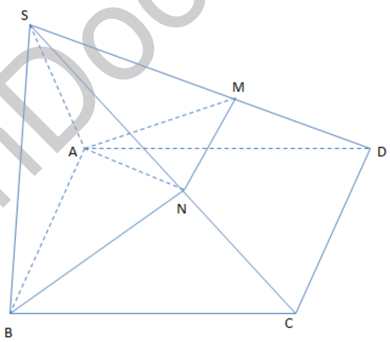
$$\Leftrightarrow MQ.NQ.\sin\widehat{NQP}=\frac{a^2\sqrt{3}}{8}\Rightarrow\sin\widehat{NQP}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\widehat{NQP}=60^0\Rightarrow MN=\frac{a}{2}\\ \widehat{NQP}=120^0\Rightarrow MN=\frac{a\sqrt{3}}{2}\end{array}\right..$$

Câu 35. **[2H1-2.6-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 18, đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SD sao cho $SM=2MD$. Mặt phẳng (ABM) cắt SC tại N. Tính thể tích khối chóp $S.ABNM$.

A. 9. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 6

Lời giải

Đáp án B.



Có: $\begin{cases}M\in(ABM)\cap(SCD)\\ AB//CD\end{cases}\Leftrightarrow(ABM)\cap(SCD)=MN//CD$

$$\frac{V_{S.ABNM}}{V_{SABCD}}=\frac{V_{SANM}}{2V_{SACD}}+\frac{V_{SANB}}{2V_{SACB}}=\frac{1}{2}\left[\frac{SM}{SD}.\frac{SN}{SC}+\frac{SN}{SC}\right]=\frac{5}{9}$$

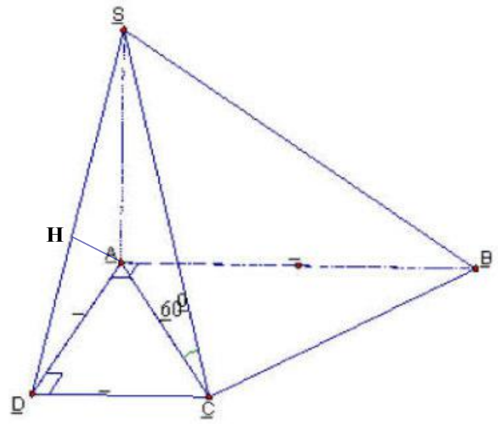
Vậy: $V_{S.ABNM}=\frac{5}{9}.V_{SABCD}=10$.

Câu 36. **[2H1-2.2-4]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $AB=2AD=2CD$, SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Góc giữa SC và đáy bằng 60^0. Biết khoảng cách từ B đến (SCD) là $\frac{a\sqrt{42}}{7}$, khi đó tỉ số $\frac{V_{S.ABCD}}{a^3}$ bằng.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



* Ta có :

$d\left(B,(SCD)\right)=d\left(A,(SCD)\right)=AH=\dfrac{a\sqrt{42}}{7}$ Đặt $AB=2AD=2CD=2x\Rightarrow AC=x\sqrt{2}$

$\widehat{SCA}=60^0\Rightarrow AS=AC.\tan 60^0=x\sqrt{6}$

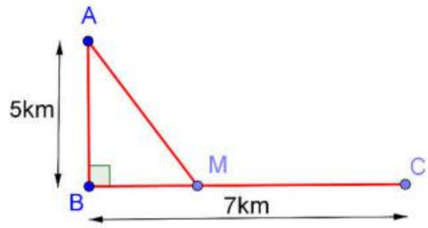
Mặt khác: $AH=\dfrac{AS.AD}{\sqrt{AS^2+AD^2}}\Rightarrow \dfrac{a\sqrt{42}}{7}=\dfrac{x\sqrt{6}.x}{\sqrt{7x^2}}\Rightarrow x=a\Rightarrow SA=a\sqrt{6}$

* Diện tích ABCD: $S_{ABCD}=\dfrac{3a^2}{2}$

* Thể tích $S.ABCD:V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}a\sqrt{6}\dfrac{3a^2}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}a^3$

Vậy : $\dfrac{V_{S.ABCD}}{a^3}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

Câu 37. **[2D1-3.15-4]** Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ $5km$, trên bờ biển có một kho hàng ở vị trí C cách B một khoảng $7km$. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến M trên bờ biển với vận tốc $4km/h$ rồi đi bộ từ M đến C với vận tốc $6km/h$. Xác định độ dài đoạn BM để người đó đi từ A đến C nhanh nhất.



A. $3\sqrt{2}\,km.$. **B.** $\dfrac{7}{3}km.$. **C.** $2\sqrt{5}$ km.. **D.** $\dfrac{7}{2}km.$

Lời giải

Chọn C.

Gọi $BM=x\ (km)$, $0\le x\le 7$. Khi đó: $AM=\sqrt{25+x^2}$ và $MC=7-x$

Theo đề bài ta có: $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4}+\dfrac{7-x}{6}$

$f'(x)=\dfrac{3x-2\sqrt{25+x^2}}{4\sqrt{25+x^2}}$

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 2\sqrt{25+x^2}=3x\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 0\\ x^2=20\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 0\\ x=\pm 2\sqrt{5}\end{cases}\Leftrightarrow x=2\sqrt{5}$

Khi đó: $f(0)=\dfrac{29}{12}$, $f(7)=\dfrac{\sqrt{74}}{4}$ và $f\left(2\sqrt{5}\right)=\dfrac{14-\sqrt{5}}{12}$

Vậy $\min_{x\in[0;7]} f(x) = f\left(2\sqrt{5}\right) = \frac{14-\sqrt{5}}{12}$.

Câu 38. **[2D1-2.10-4]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (m+1)x^2 + m$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có tổng bình phương các hoành độ bằng 10.

A. $m = -1+\sqrt{5}$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 4$.

Lời giải

Chọn D.

PT hđgđ $x^4 - (m+1)x^2 + m = 0$ (1).Đặt $t = x^2 \geq 0$, PT (1) trở thành $\begin{cases} t \geq 0 \\ t^2 - (m+1)t + m = 0 \ (2) \end{cases}$

PT (1) có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 với tổng bình phương các nghiệm bằng 10 ${x_1}^2 + {x_2}^2 + {x_3}^2 + {x_4}^2 = 10$ ($\Leftrightarrow$PT(2) có 2 nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 thoả

$\left(-\sqrt{t_2}\right)^2 + \left(-\sqrt{t_1}\right)^2 + \left(\sqrt{t_1}\right)^2 + \left(\sqrt{t_2}\right)^2 = 10 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 5$

($\Rightarrow$) Nếu $t_1 + t_2 = 5 \Leftrightarrow m = 4$ $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

($\Leftarrow$) Với $m = 4$: PT(1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$ (thoả đk ${x_1}^2 + {x_2}^2 + {x_3}^2 + {x_4}^2 = 10$).

Câu 39. **[2D2-5.3-4]** Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $2^{(x-1)^2}.log_2\left(x^2 - 2x + 3\right) = 4^{|x-m|}.log_2\left(2|x-m| + 2\right)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là:

A. $\left\{\frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{1}{2}; 1; -\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $2^{(x-1)^2}.log_2\left(x^2 - 2x + 3\right) = 4^{|x-m|}.log_2\left(2|x-m| + 2\right)$ (1)

$\Leftrightarrow 2^{(x-1)^2}.log_2\left[(x-1)^2 + 2\right] = 2^{2|x-m|}.log_2\left(2|x-m| + 2\right)$ (2)

Xét hàm số $f(t) = 2^t.log_2(t+2), t \geq 0$.

Vì $f'(t) > 0, \forall t \geq 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$

Khi đó $(2) \Leftrightarrow f\left[(x-1)^2\right] = f\left(2|x-m|\right) \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 4x + 1 + 2m = 0 \ (3) \\ x^2 = 2m - 1 \ (4) \end{array}\right.$

Phương trình (1) có đúng ba nghiệm phân biệt nếu xảy ra các trường hợp sau:

+) PT (3) có nghiệm kép khác hai nghiệm phân biệt của PT(4).

$\Rightarrow m = \frac{3}{2}$, thay vào PT (4) thỏa mãn.

+) PT (4) có nghiệm kép khác hai nghiệm phân biệt của PT(3)

$\Rightarrow m = \frac{1}{2}$, thay vào PT (3) thỏa mãn.

+) PT (4) có hai nghiệm phân biệt và PT (3) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm của hai PT trùng nhau.

$(4) \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2m-1}$,với $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$. Thay vào PT (3) tìm được $m = 1$.

KL: $m \in \left\{\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 40. **[2D1-3.2-4]** Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{1-x}=\sqrt{m+x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m \in \left[5;\frac{23}{4}\right]$. **B.** $m \in [5;6]$. **C.** $m \in \left(5;\frac{23}{4}\right)\cup\{6\}$. **D.** $m \in \left[5;\frac{23}{4}\right)\cup\{6\}$.

Lời giải

Chọn B.

+) $\sqrt{2-x}+\sqrt{1-x}=\sqrt{m+x-x^2}$ (1)

Điều kiện: $-1 \le x \le 2$

+) $(1) \Leftrightarrow 3+2\sqrt{-x^2+x+2}=-x^2+x+m$

Đặt: $-x^2+x=t$; $f(x)=-x^2+x$; $f'(x)=-2x+1$

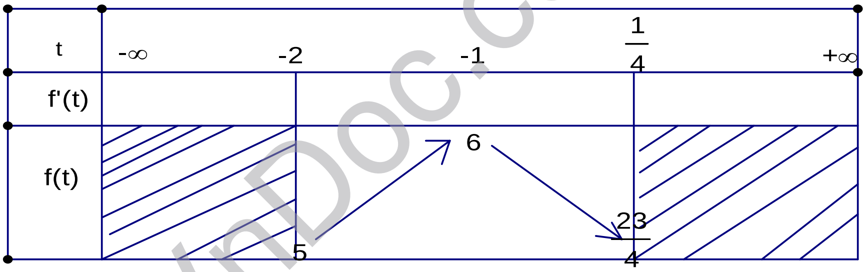
$f(-1)=2, f(2)=-2, f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4} \Rightarrow t \in \left[-2;\frac{1}{4}\right]$

$(1) \Leftrightarrow 3+2\sqrt{t+2}=t+m \Leftrightarrow 2\sqrt{t+2}=t+m-3 \Leftrightarrow m=2\sqrt{t+2}+3-t$

Đặt $f(t)=2\sqrt{t+2}+3-t$

$f'(t)=\frac{1}{\sqrt{t+2}}-1=\frac{1-\sqrt{t-2}}{\sqrt{t-2}}$. $f'(t)=0 \Rightarrow 1-\sqrt{t-2}=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Bảng biến thiên



+) $-x^2+x=t \Leftrightarrow -x^2+x-t=0$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta=1-4t>0 \Leftrightarrow t \le \frac{1}{4}$

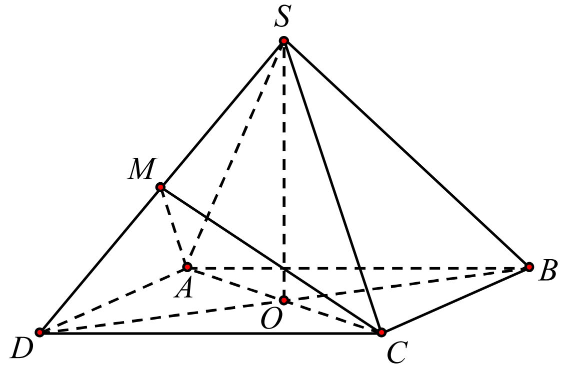
Do đó để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì phương trình $(*)$ có nghiệm $t \in \left[-2;\frac{1}{4}\right]$

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow m \in [5;6]$.

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. **[2H1-4.2-4]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích $V=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD. Nếu $SB\perp SD$ thì khoảng cách từ B đến mặt phẳng (MAC) bằng:

Lời giải



Giả sử hình chóp có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Khi đó, $BD=a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD vuông cân tại S nên $SD=SB=a$ và $SO=\dfrac{BD}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra các tam giác SCD, SAD là các tam giác đều cạnh a và $SD\perp(MAC)$ tại M.

Thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Mà $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{6}\Rightarrow a=1$

Vì O là trung điểm BD nên $d\left(B,(MAC)\right)=d\left(D,(MAC)\right)=DM=\dfrac{1}{2}$.

Câu 2. **[2D1-1.6-3]** Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x+2017$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ sao cho $b-a>3$ là

Lời giải

Ta có $y'=6x^2+6(m-1)x+6(m-2)$

Hàm số nghịch biến trên $(a;b)\Leftrightarrow x^2+(m-1)x+(m-2)\le 0\,\forall x\in(a;b)$

$\Delta=m^2-6m+9$

TH1: $\Delta\le 0\Rightarrow x^2+(m-1)x+(m-2)\ge 0\quad \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Vô lí

TH2: $\Delta>0\Leftrightarrow m\ne 3\Rightarrow y'$ có hai nghiệm $x_1,x_2\,(x_2>x_1)$

$\Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến trên $(x_1;x_2)$.

Yêu cầu đề bài: $\Leftrightarrow x_2-x_1>3\Leftrightarrow(x_2-x_1)^2>9\Leftrightarrow S^2-4P>9$

$\Leftrightarrow(m-1)^2-4(m-2)>9\Leftrightarrow m^2-6m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>6\\m<0\end{array}\right.$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.A	5.B	6.C	7.A	8.D	9.C	10.B
11.B	12.B	13.A	14.A	15.C	16.A	17.B	18.C	19.C	20.C
21.C	22.B	23.D	24.A	25.D	26.B	27.B	28.C	29.A	30.A
31.B	32.A	33.A	34.C	35.B	36.C	37.C	38.D	39.D	40.B

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 06

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-1.4-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{-4+2x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.
B. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

Ta có $y'=\dfrac{-10}{(2x-4)^2}<0,\forall x\in D$

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định

Câu 2. **[2D1-1.5-2]** Tìm tất cả giá trị tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+mx-m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 3$. **B.** $m>1$. **C.** $m\ge 9$. **D.** $m>-3$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y'=x^2-6x+m$

Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+mx-m$ đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-6x+m\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'=9-m\le 0\Leftrightarrow m\ge 9$.

Câu 3. **[2D1-2.6-1]** Gọi y_{CD},y_{CT} là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x^2+1$. Khi đó giá trị của biểu thức $T=20y_{CD}-12y_{CT}$ bằng bao nhiêu?

A. $T=4$. **B.** $T=-40$. **C.** $T=88$. **D.** $T=-6$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+6x=0\Rightarrow x=0,x=2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Vậy $y_{CD}=5,y_{CT}=1\Rightarrow T=20.5-12.1=88$.

Câu 4. **[2D1-2.8-2]** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x^2+2x+2}$ có điểm cực trị là $A(-3;-1)$.Tính giá trị của biểu thức $a-b$.

A. $a-b=1$. **B.** $a-b=9$. **C.** $a-b=-3$. **D.** $a-b=-1$.

Lời giải

Chọn C.

$$y=\frac{ax+b}{x^2+2x+2}\Rightarrow y'=\frac{a\left(x^2+2x+2\right)-(2x+2)(ax+b)}{\left(x^2+2x+2\right)^2}=\frac{-ax^2-2bx+2a-2b}{\left(x^2+2x+2\right)^2}$$

Điểm $A(-3;-1)$ là điểm cực trị

$$\Rightarrow\begin{cases}-a(-3)^2-2b(-3)+2a-2b=0\\ \dfrac{a(-3)+b}{(-3)^2+2(-3)+2}=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-7a+4b=0\\-3a+b=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=7\end{cases}\Rightarrow a-b=4-7=-3.$$

Câu 5. **[2D1-2.13-4]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^3-3mx^2+3m-3$ có hai điểm cực trị A,B sao cho $2AB^2-(OA^2+OB^2)=20$ (trong đó O là gốc tọa độ).

A. $m=-1$. **B.** $m=1$.

C. $m=-1$ hoặc $m=-\dfrac{17}{11}$. **D.** $m=1$ hoặc $m=-\dfrac{17}{11}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y'=m(3x^2-6x)$

Với mọi $m\neq 0$, ta có $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=3m-3\\x=2\Rightarrow y=-m-3\end{array}\right.$. Vậy hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Giả sử $A(0;3m-3);B(2;-m-3)$.

Ta có : $2AB^2-(OA^2+OB^2)=20\Leftrightarrow 11m^2+6m-17=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-\dfrac{17}{11}\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy giá trị m cần tìm là: $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-\dfrac{17}{11}\end{array}\right.$.

Câu 6. **[2D1-3.2-1]** Tính tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x+1$ trên đoạn $[-4;0]$.

A. 24. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 29.

Lời giải

Chọn D.

$f'(x)=3x^2+6x-9$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2+6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\notin[-4;0]\\x=-3\in[-4;0]\end{array}\right.$

$f(-4)=21,\ f(0)=1,\ f(-3)=28$.

$\max\limits_{[-4;0]}f(x)=f(-3)=28$; $\min\limits_{[-4;0]}f(x)=f(0)=1$

Vậy tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 29.

Câu 7. **[2D1-3.11-3]** Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+m^2}$ trên đoạn $[2;5]$ bằng $\dfrac{1}{6}$?

A. $m=\pm 1$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $m=\pm 3$. **D.** $m=4$.

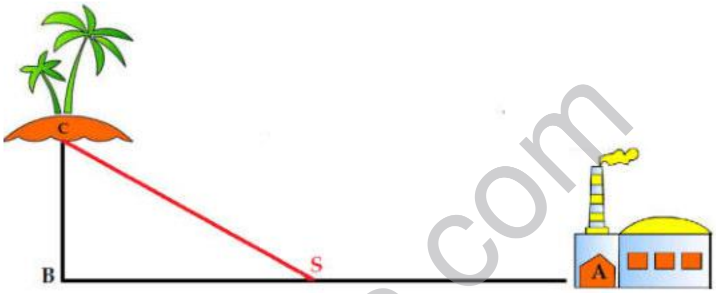
Lời giải

Chọn B.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{m^2+1}{\left(x+m^2\right)^2}>0, \forall x\in[2;5]$. Hàm số đồng biến trên $(2;5)$.

Do hàm số liên tục trên đoạn $[2;5]$ nên $\min\limits_{[2;5]} y=y(2)=\dfrac{1}{2+m^2}=\dfrac{1}{6}\Leftrightarrow m^2=4\Leftrightarrow m=\pm 2.$

Câu 8. **[2D1-3.14-4]** Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo C và khoảng cách ngắn nhất từ B đến C là 1km, khoảng cách từ B đến A là 4km được minh họa bằng hình vẽ sau:



Biết rằng mỗi rằng km dây điện đặt dưới nước mất 5000 USD, còn đặt dưới đất mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất ?

A. $\dfrac{15}{4}\text{km}$. **B.** $\dfrac{13}{4}\text{km}$. **C.** $\dfrac{10}{4}\text{km}$. **D.** $\dfrac{19}{4}\text{km}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $x(km)$ là khoảng cách từ S đến tới điểm $B\Rightarrow SB=x(0<x<4\text{ km})$. Khi đó khoảng cách từ $SA=4-x(\text{km})\Rightarrow SC=\sqrt{BC^2+BS^2}=\sqrt{1+x^2}$ (km)

Chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là:

$$C(x)=3000(4-x)+5000\sqrt{1+x^2},\text{ với } 0<x<4$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $C(x)$ với $0<x<4$

$$\Rightarrow C'(x)=-3000+\frac{5000x}{\sqrt{1+x^2}}=1000\left(\frac{5x-3\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}\right)$$

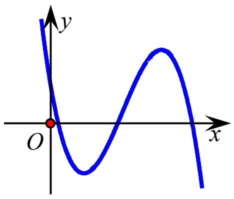
$$C'(x)=0\Leftrightarrow 5x-3\sqrt{1+x^2}=\Leftrightarrow 3\sqrt{1+x^2}=5x\Leftrightarrow 9\left(1+x^2\right)=25x^2\left(do\ 0<x<4\right)$$

$$\Leftrightarrow x^2=\frac{9}{16}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3}{4}(tm)\\ x=-\frac{3}{4}(ktm)\end{array}\right.\left(do\ 0<x<4\right).\text{ Lại có: } C''(x)=\frac{5000}{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3}>0,\forall x\in(0;4).$$

Do đó $\min\limits_{x\in(0;4)} C(x) = C\left(\frac{3}{4}\right) = 16000$ (USD).

Vậy, để chi phí ít tốn kém nhất thì điểm S phải cách A là $AB - BS = 4 - \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$ km.

Câu 9. **[2D1-5.3-2]** Hàm số $y = -x^3 + bx^2 + cx + 1$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?



A. $b > 0; c > 0$. **B.** $b > 0; c < 0$. **C.** $b < 0; c < 0$. **D.** $b < 0; c > 0$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1:

Nhìn đồ thị ta thấy:

Nhánh cuối đi xuống $a < 0$.

Hai điểm cực trị nằm cùng phía với Oy: $a; c$ cùng dấu $\Rightarrow c < 0$.

Điểm uốn nằm bên phải $Oy \Rightarrow x_u = \frac{-b}{3a} > 0 \Rightarrow -b;$ a cùng dấu $\Rightarrow -b < 0 \Rightarrow b > 0$.

Cách 2:

Ta có : $y' = -3x^2 + 2bx + c$

Gọi $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $y' = 0$

Nhìn đồ thị ta thấy:

Nhánh cuối đi xuống $a = -1 < 0$.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow \frac{-2b}{-3} > 0 \Leftrightarrow b > 0 \\ x_1.x_2 > 0 \Leftrightarrow \frac{c}{-3} > 0 \Leftrightarrow c < 0 \end{cases}$$

Câu 10. **[2D1-6.1-1]** Số giao điểm n của hai đồ thị $y = x^4 - x^2 + 3$ và $y = 3x^2 - 1$ là:

A. $n = 2$. **B.** $n = 4$. **C.** $n = 3$. **D.** $n = 0$.

Lời giải

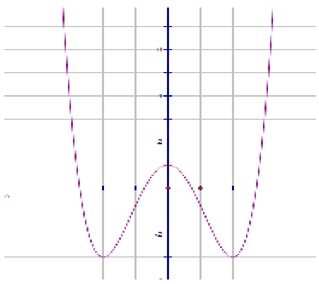
Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - x^2 + 3 = 3x^2 - 1$

$$\Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}.$$

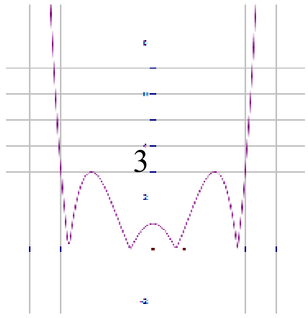
Câu 11. **[2D1-6.6-2]** Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Tìm giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt



A. $m=0$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $m=0,m=3$. **D.** $1<m<3$.

Lời giải

Chọn C.



Đồ thị hàm $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có được bằng cách giữ phần đồ thị $f\left(x\right)$ nằm trên Ox và lấy đối xứng phần đồ thị của $f\left(x\right)$ nằm phía dưới Ox lên trên như hình vẽ.

$\Rightarrow$ Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 4 nghiệm phân biệt khi $m=0,m=3$.

Câu 12. **[2D1-6.15-4]** Cho hàm số $y=x^4-2\left(2m+1\right)x^2+4m^2$ (1). Các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3,x_4 thoả mãn $x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}+x_4^{\ 2}=6$ là:

A. $m=\frac{1}{4}$. **B.** $m>-\frac{1}{2}$. **C.** $m>-\frac{1}{4}$. **D.** $m\ge-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (1) và trục hoành là:

$x^4-2\left(2m+1\right)x^2+4m^2=0$ (2)

Đặt $t=x^2\left(t\ge0\right)$. Phương trình (2) trở thành $t^2-2\left(2m+1\right)t+4m^2=0$ (3)

Đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow pt(3)$ có 2 nghiệm dương phân biệt $0<t_1<t_2$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ t_1t_2>0\\ t_1+t_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m+1>0\\ 4m^2>0\\ 2\left(2m+1\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow-\frac{1}{4}<m\ne0\ (*).$$

Khi đó các nghiệm của phương trình (2) là $-\sqrt{t_2},-\sqrt{t_1},\sqrt{t_1},\sqrt{t_2}$. Theo giải thiết ta có

$\left(-\sqrt{t_2}\right)^2+\left(-\sqrt{t_1}\right)^2+\left(\sqrt{t_1}\right)^2+\left(\sqrt{t_2}\right)^2=6\Leftrightarrow t_1+t_2=3$.

Theo định lí Viet $t_1+t_2=2\left(2m+1\right)\Rightarrow2\left(2m+1\right)=3\Leftrightarrow m=\frac{1}{4}$.

Câu 13. **[2D1-7.1-2]** Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ (C). Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến đó cắt các trục Ox,Oy lần lượt tại các điểm A,B thỏa mãn $OA=4OB$ là

A. $-\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $-\frac{1}{4}$ hoặc $\frac{1}{4}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = \dfrac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Gọi β là góc tạo bởi tiếp tuyến d với trục Ox. Ta có hệ số góc của tiếp tuyến d là

$k = \pm \tan \beta = \pm \dfrac{OB}{OA} = \pm \dfrac{1}{4}$.

Ta lại có hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ là $y'(x_0) = \dfrac{-1}{(x_0-1)^2} < 0$ nên

nhận giá trị $k = -\dfrac{1}{4}$ và loại giá trị $k = \dfrac{1}{4}$.

Câu 14. **[2D1-8.2-3]** Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-3}$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang bằng 5 lần khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to 3^+} y = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{x+2}{x-3} = +\infty$ nên hàm số có tiệm cận đứng là $x = 3$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+2}{x-3} = 1$ nên hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

Gọi $M\left(x_0; \dfrac{x_0+2}{x_0-3}\right) \in (C)$ $x_0 \neq 3$. Khi đó $\left|\dfrac{x_0+2}{x_0-3} - 1\right|$ là khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang.

Và $|x_0 - 3|$ là khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng.

Để khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang bằng 5 lần khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng thì $\left|\dfrac{x_0+2}{x_0-3} - 1\right| = 5|x_0 - 3| \Leftrightarrow \left|\dfrac{x_0+2}{x_0-3} - \dfrac{x_0-3}{x_0-3}\right| = 5|x_0-3| \Leftrightarrow \left|\dfrac{5}{x_0-3}\right| = 5|x_0-3|$

$\Leftrightarrow \left|\dfrac{1}{x_0-3}\right| = |x_0-3| \Leftrightarrow \dfrac{1}{|x_0-3|} = |x_0-3| \Leftrightarrow (x_0-3)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 - 3 = 1 \\ x_0 - 3 = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 4 \\ x_0 = 2 \end{array}\right.$.

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn đề bài.

Câu 15. **[2D1-4.6-2]** Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x^2-9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}$.

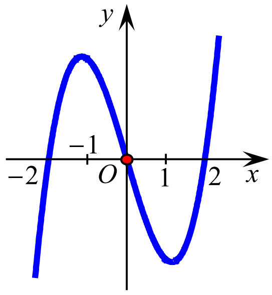
Ta có:

$\lim\limits_{x \to 3^-} y = \lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{x-2}{x^2-9} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 3^+} y = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{x-2}{x^2-9} = +\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x = 3$.

$\lim\limits_{x \to -3^-} y = \lim\limits_{x \to -3^-} \dfrac{x-2}{x^2-9} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to -3^+} y = \lim\limits_{x \to -3^+} \dfrac{x-2}{x^2-9} = +\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x = -3$.

Lại có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{9}{x^2}} = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{9}{x^2}} = 0 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $y=0$.

Câu 16. **[2D1-5.5-2]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ là đường cong trong hình. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta có: + Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

+ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 17. **[2D2-1.2-1]** Cho biểu thức $P=\sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}}$ với $x>0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=x^{\frac{20}{21}}$. **B.** $P=x^{\frac{7}{4}}$. **C.** $P=x^{\frac{20}{5}}$. **D.** $P=x^{\frac{12}{5}}$.

Lời giải

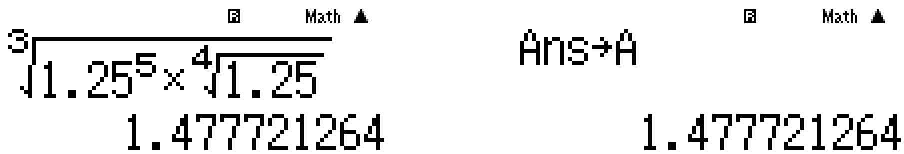
Chọn A.

♦ Tự luận: $P=\sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}}=x^{\frac{1}{3}\left(5+\frac{1}{4}\right)}=x^{\frac{7}{4}}$

♦ Trắc nghiệm:

* Cách1: Chọn $x>0$ ví dụ như $x=1,25$ chẳng hạn.

Tính giá trị $\sqrt[3]{1,25^5\sqrt[4]{1,25}}$ rồi lưu vào A



Tiếp theo ta tính hiệu, ví dụ như đáp án A ta cần tính $A-(1,25)^{\frac{20}{21}}$. Nếu màn hình máy tính xuất hiện kết quả bằng 0 thì chứng tỏ đáp án A đúng.

Đáp số chính là B.

* Cách 2: Dùng MTCT thay $x=2$ và bấm $\log_x P=\log_2\sqrt[3]{2^5\sqrt[4]{2}}=\dfrac{7}{4}\Leftrightarrow P=x^{\frac{7}{4}}$.

Câu 18. **[2D2-4.1-1]** Cho $a>0, a\neq 1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. Tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

B. Tập xác định của hàm số $y=a^x$ là $(0;+\infty)$.

C. Tập xác định của hàm số $y=\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

D. Tập giá trị của hàm số $y=a^x$ là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A.

B. Sai, vì tập xác định của hàm số $y = a^x$ là $\mathbb{R}$.

C. Sai, vì tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là $(0;+\infty)$.

D. Sai, vì tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là $(0;+\infty)$.

Câu 19. **[2D2-3.1-2]** Nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của $\log_2(ab)$ bằng bao nhiêu?

A. 9. **B.** 18. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Từ giải thiết ta có $a > 0, b > 0$ và

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b = 5\\ \log_2 a + \dfrac{1}{3}\log_2 b = 7\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{4}{3}(\log_2 a + \log_2 b) = 12 \Rightarrow \log_2(ab) = 9.$$

Câu 20. **[2D2-3.3-2]** Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$, $c = \log_7 2$. Tính $\log_{140} 63$ theo a,b,c.

A. $\dfrac{1+2ac}{1+2c+abc}$. **B.** $\dfrac{1-2ac}{1-2c-abc}$. **C.** $\dfrac{1-2ac}{1+2c+abc}$. **D.** $\dfrac{1+2ac}{1-2c+abc}$.

Lời giải

Chọn A.

♦Tự luận:

Ta có : $\log_{140} 63 = \dfrac{\log_7 63}{\log_7 140} = \dfrac{1+2\log_7 3}{1+2\log_7 2+\log_7 5} = \dfrac{1+2\log_7 2.\log_2 3}{1+2\log_7 2+\log_7 2.\log_2 3.\log_3 5}$

$= \dfrac{1+2ac}{1+2c+abc}$.

♦Trắc nghiệm:

Nhập $\log_2 3$ *shift STO A*

Nhập $\log_3 5$ *shift STO B*

Nhập $\log_7 2$ *shift STO C*

Nhập $\log_{140} 63 - \dfrac{1+2AC}{1+2C+ABC} = 0$.

Câu 21. **[2D2-4.2-1]** Tính đạo hàm của hàm số $y = 6^x$:

A. $y' = x.6^{x-1}$. **B.** $y' = \dfrac{6^x}{\ln 6}$. **C.** $y' = 6^x.\ln 6$. **D.** $y' = 6^x$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $(6^x)' = 6^x \ln 6$.

Câu 22. **[2D2-4.3-2]** Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = e^{2-3x}$ trên đoạn $[0;2]$. Mối liên hệ giữa m và M là:

A. $m + M = 1$. **B.** $M - m = e$. **C.** $M.m = \dfrac{1}{e^2}$. **D.** $\dfrac{M}{m} = e^2$.

Lời giải

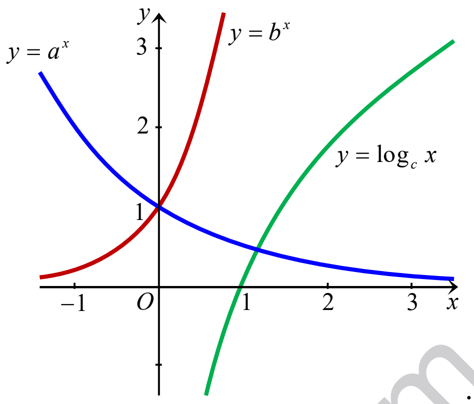
Chọn A.

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Đạo hàm $f'(x) = -3e^{2-3x} < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[0;2]$.

Suy ra $\begin{cases} \max\limits_{[0;2]} f(x) = f(0) = e^2 \\ \min\limits_{[0;2]} f(x) = f(2) = \dfrac{1}{e^4} \end{cases}$. Suy ra $m = \dfrac{1}{e^4}$, $M = e^2$ nên $M.m = \dfrac{1}{e^2}$.

Câu 23. **[2D2-4.7-3]** Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$.



Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

A. $c < a < b$. **B.** $a < c < b$. **C.** $b < c < a$. **D.** $a < b = c$.

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị

Ta thấy hàm số $y = a^x$ nghịch biến $\Rightarrow 0 < a < 1$.

Hàm số $y = b^x, y = \log_c x$ đồng biến $\Rightarrow b > 1, c > 1$

$\Rightarrow a < b, a < c$ nên loại A, C

Nếu $b = c$ thì đồ thị hàm số $y = b^x$ và $y = \log_c x$ phải đối xứng nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất $y = x$. Nhưng ta thấy đồ thị hàm số $y = \log_c x$ cắt đường $y = x$ nên loại D.

Câu 24. **[2D2-5.3-2]** Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $5^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} = 2\sqrt{5}$ trên đoạn $[0;2\pi]$.

A. $T = \pi$. **B.** $T = \dfrac{3\pi}{4}$. **C.** $T = 2\pi$. **D.** $T = 4\pi$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $5^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow 5^{\sin^2 x} + 5^{1-\sin^2 x} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow 5^{\sin^2 x} + \dfrac{5}{5^{\sin^2 x}} = 2\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \left(5^{\sin^2 x}\right)^2 - 2\sqrt{5}.5^{\sin^2 x} + 5 = 0 \Leftrightarrow \left(5^{\sin^2 x} - \sqrt{5}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow 5^{\sin^2 x} - \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow 5^{\sin^2 x} = 5^{\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow \sin^2 x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Do $x\in[0;2\pi]\Rightarrow x=\left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right\}\Rightarrow T=\frac{\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}+\frac{5\pi}{4}+\frac{7\pi}{4}=4\pi$.

Câu 25. **[2D2-6.3-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4\left(3^x-1\right).\log_{\frac{1}{4}}\frac{3^x-1}{16}\le\frac{3}{4}$ là

A. $(1;2]\cup[3;+\infty)$ **B.** $(0;1]\cup[2;+\infty)$.

C. $(-1;1]\cup[4;+\infty)$. **D.** $(0;4]\cup[5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $\begin{cases}3^x-1>0\\ \frac{3^x-1}{16}>0\end{cases}\Leftrightarrow 3^x>1\Rightarrow x>0$. Khi đó BPT $\Leftrightarrow\log_4\left(3^x-1\right).\left[-\log_4\left(3^x-1\right)+2\right]\le\frac{3}{4}$.

Đặt $t=\log_4\left(3^x-1\right)$. Khi đó, ta có $t\left(-t+2\right)\le\frac{3}{4}\Leftrightarrow 4t^2-8t+3\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\ge\frac{3}{2}\\ t\le\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Khi đó $\left[\begin{array}{l}\log_4\left(3^x-1\right)\ge\frac{3}{2}\\ \log_4\left(3^x-1\right)\le\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ 0<x\le 1\end{array}\right.$ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(0;1]\cup[2;+\infty)$

Câu 26. **[2D2-5.7-4]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^{\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}}-14.2^{\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}}+8=m$ có nghiệm.

A. $m\le -32$. **B.** $-41\le m\le 32$. **C.** $m\ge -41$. **D.** $-41\le m\le -32$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t=\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}$ trên $[-1;3]$.

Ta có $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}-\frac{1}{2\sqrt{3-x}}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $[-1;3]$:

x	-1		1		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$2\sqrt{2}$	$\searrow$	2

Từ đó suy ra $t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

Khi đó ta có phương trình: $4^t-14.2^t+8=m$.

Đặt $a=2^t$, do $t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$ nên $a\in\left[4;4^{\sqrt{2}}\right]$. Ta có phương trình $a^2-14a+8=m$.

Xét hàm số $g(a)=a^2-14a+8; g'(a)=2a-14; g'(a)=0\Leftrightarrow a=7$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ trên $\left[4;4^{\sqrt{2}}\right]$.

a	4		7		$4^{\sqrt{2}}$
$g'(a)$		$-$	0	$+$	
$g(a)$	-32	$\searrow$	-41	$\nearrow$	$4^{2\sqrt{2}}-14.4^{\sqrt{2}}+8$

Từ bảng biến thiên ta thấy để phương trình có nghiệm thì $-41 \le m \le -32$.

Câu 27. **[2D2-6.2-2]** Biết phương trình $2\log(x+2)+\log 4=\log x+4\log 3$ có hai nghiệm là x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Tỉ số $\dfrac{x_1}{x_2}$ khi rút gọn là:

A. 4. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 64. **D.** $\dfrac{1}{64}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x>0$.

Phương trình tương đương với: $\log(x+2)^2+\log 4=\log x+\log 3^4 \Leftrightarrow 4(x+2)^2=81x$

$\Leftrightarrow 4x^2-65x+16=0 \Leftrightarrow (4x-1)(x-16)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{1}{4} \\ x_2=16 \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{1}{4.16}=\dfrac{1}{64}$.

Câu 28. **[2D2-5.5-2]** Tổng của nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất phương trình $2^{x^2+x-1}-2^{x^2-1}=2^{2x}-2^x$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình tương đương với $2^{x^2-1}\left(2^x-1\right)=2^x\left(2^x-1\right)$

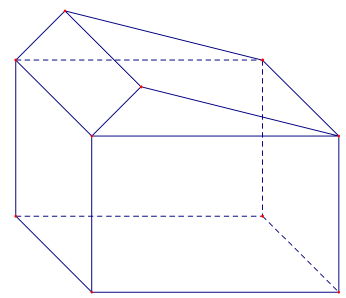
$\Leftrightarrow \left(2^x-1\right)\left(2^{x^2-1}-2^x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x-1=0 \\ 2^{x^2-1}-2^x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=1 \\ 2^{x^2-1}=2^x \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-1=x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$.

Phương trình có ba nghiệm $x=0$, $x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$.

Tổng của nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất phương trình bằng 1.

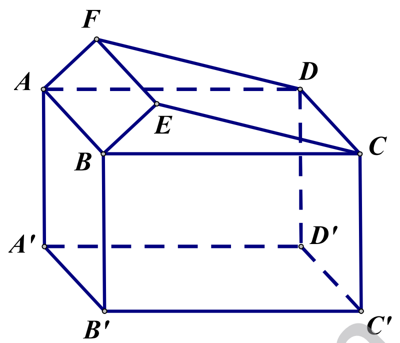
Câu 29. **[2H1-1.1-1]** Khối đa diện sau có bao nhiêu mặt?



A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A.



Có 9 mặt: $(ABB'A'),(BB'C'C),(CC'D'D),(DD'A'A),(A'B'C'D')$,

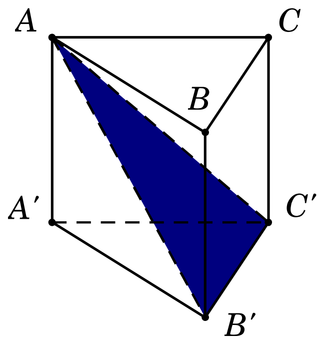
$(ABEF)$, $(CDFE),(BEC),(ADE)$

Câu 30. [2H1-1.4-1] Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào ?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
B. Hai khối chóp tam giác.
C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
D. Hai khối chóp tứ giác.

Lời giải

Chọn A.



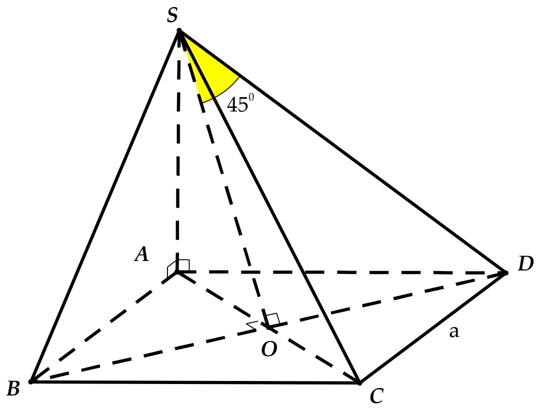
Dựa vào hình vẽ, ta thấy mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành khối chóp tam giác $A.A'B'C'$ và khối chóp tứ giác $A.BCC'B'$.

Câu 31. [2H1-2.1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$, SA vuông góc với đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAC) một góc bằng 45^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **B.** $V=\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D.



Do $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC}=60^0$ nên tam giác ABC đều.

Vậy $S_{ABCD}=2S_{ABC}=2.\frac{\sqrt{3}a^2}{4}=\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

Ta có: $\begin{cases} BD\perp AC \\ BD\perp SA \end{cases} \Rightarrow BD\perp (SAC)$

$\Rightarrow \widehat{(SD,(SAC))}=\widehat{DSO}=45^0$. Vậy tam giác SOD vuông cân tại $O\Rightarrow SO=DO=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

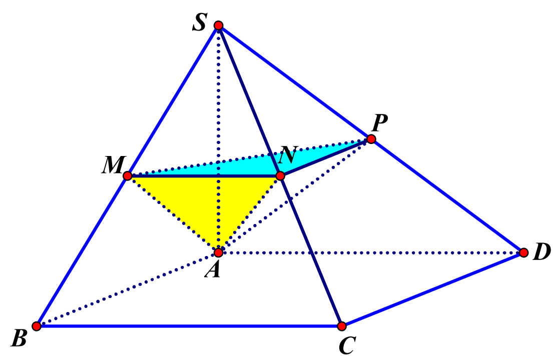
Xét tam giác SAO vuông tại A: $SA=\sqrt{SO^2-AO^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Câu 32. **[2H1-2.5-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với đáy và $SA=2a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SC, SD. Tính thể tích khối đa diện $AMNP$.

A. $\frac{a^3}{24}$. **B.** $\frac{a^3}{16}$. **C.** $\frac{a^3}{48}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn A.



Từ giả thiết suy ra *(MNP)//(BCD)*. Suy ra $h=d(A,(MNP))=d(C,(MNP))$.

Vì N là trung điểm của SC nên $h=d(C,(MNP))=d(S,(MNP))$.

Do đó $V_{A.MNP}=V_{S.MNP}$.

Ta có: $\frac{V_{A.MNP}}{V_{S.ABCD}}=\frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.BCD}}=\frac{1}{2}.\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}.\frac{SP}{SD}=\frac{1}{16}$.

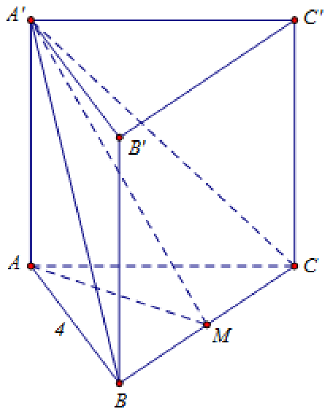
Suy ra: $V_{A.MNP}=\frac{1}{16}.V_{S.ABCD}=\frac{1}{16}.\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{48}.2a.a^2=\frac{a^3}{24}$.

Câu 33. **[2H1-3.2-2]** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $a = 4$, biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $10\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow A'M \perp BC$.

$$A'M = \frac{2S_{A'BC}}{BC} = \frac{2.8}{4} = 4,\ AM^2 = AB^2 - BM^2 = 16 - 4 = 12.$$

$$A'A = \sqrt{A'M^2 - AM^2} = \sqrt{4^2 - 12} = 2;\ S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}.$$

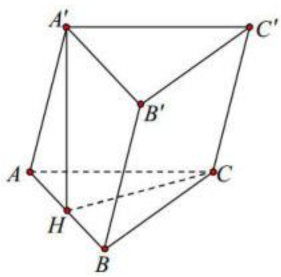
Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = A'A.S_{ABC} = 2.4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$.

Câu 34. **[2H1-3.4-2]** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại C. Hình chiếu vuông góc A′ lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB. Biết cạnh bên lăng trụ bằng 2a, đường cao lăng trụ bằng $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{9}{8}a^3\sqrt{7}$. **B.** $\frac{9}{24}a^3\sqrt{7}$. **C.** $\frac{9}{4}a^3\sqrt{7}$. **D.** $\frac{9}{48}a^3\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $AH = \sqrt{AA'^2 - A'H^2} = \frac{3}{2}a;\ CH = AH = \frac{3a}{2}.$

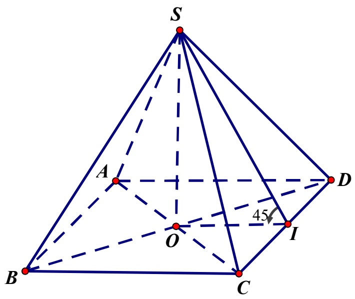
Thể tích lăng trụ: $V = AH.HC.A'H = \frac{9}{8}a^3\sqrt{7}.$

Câu 35. **[2H1-2.3-2]** Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng $45°$. Thể tích của hình chóp là $\frac{4}{3}a^3$. Hỏi cạnh hình vuông mặt đáy bằng bao nhiêu?

A. a. **B.** $4a$. **C.** $2a$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, I là trung điểm CD.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên SO là đường cao của hình chóp.

Ta có : $\begin{cases}(SCD)\cap(ABCD)=CD\\ SI\perp CD(SCD\,cân)\\ OI\perp CD(\Delta OCD\,cân)\end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SCD);(ABCD)}\right)=\widehat{SIO}=45^0$.

Do đó tam giác SOI vuông cân tại $O \Rightarrow SO=OI=\dfrac{BC}{2}$

Theo đề bài ta có: $V_{S.ABCD}=\dfrac{4}{3}a^3 \Rightarrow \dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{4}{3}a^3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}.\dfrac{BC}{2}.BC^2=\dfrac{4}{3}a^3$

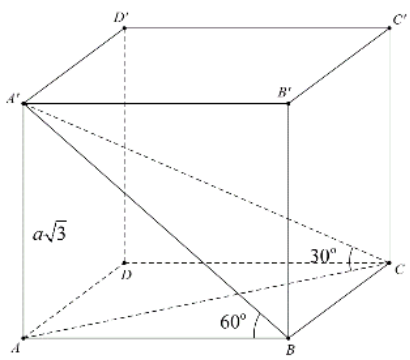
$\Leftrightarrow BC^3=8a^3 \Leftrightarrow BC=2a$

Câu 36. **[2H1-3.6-2]** Tính theo a thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60°, $A'C$ hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30° và $AA'=a\sqrt{3}$.

A. $V=2a^3\sqrt{6}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Xét tam giác vuông $A'AB$ có $\tan 60^o=\dfrac{AA'}{AB} \Rightarrow AB=\dfrac{a\sqrt{3}}{\tan 60^o}=a$.

Xét tam giác vuông $A'AC$ có $\tan 30^o=\dfrac{AA'}{AC} \Rightarrow AC=3a$.

Vậy $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=2a\sqrt{2}$; $S_{ABCD}=2a\sqrt{2}.a=2a^2\sqrt{2}$.

Vậy $V=2a^3\sqrt{6}$.

Câu 37. **[2H2-1.3-2]** Một hình nón có bán kính đường tròn đáy là $6(cm)$ và diện tích hình tròn đáy bằng $\frac{3}{5}$ diện tích xung quanh của hình nón. Tính thể tích khối nón.

A. $V = 288\pi\ (cm^3)$. **B.** $V = 96\pi\ (cm^3)$. **C.** $V = 48\pi\ (cm^3)$. **D.** $V = 64\pi\ (cm^3)$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi R, l, h lần lượt là bán kính, đường cao, đường sinh của hình nón.

Ta có: $R = 6(cm)$.

Ta có: $S_d = \frac{3}{5}S_{xq} \Rightarrow \pi R^2 = \frac{3}{5}\pi Rl \Rightarrow l = \frac{5}{3}R \Rightarrow l = 10 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - R^2} = 8(cm)$.

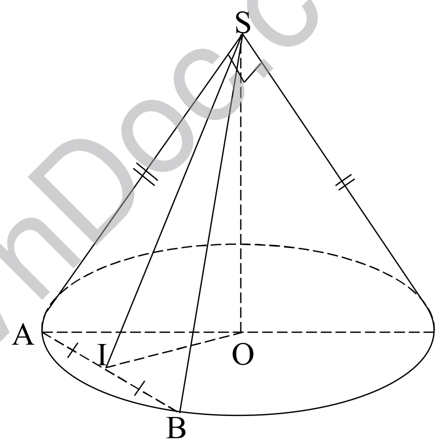
$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = 96\pi$.

Câu 38. **[2H2-1.4-3]** Một hình nón đỉnh S tâm O có bán kính đáy bằng a góc ở đỉnh bằng 90^0. Một mặt phẳng (P) qua đỉnh cắt đường tròn đáy tại A, B sao cho $\widehat{AOB} = 60^0$. Diện tích thiết diện bằng:

A. $\frac{a^2\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\frac{a^2}{2}$. **C.** $\frac{a^2}{4}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



Xét $\Delta SOA : SO = \frac{AO}{\tan 45^\circ} = a$; $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = a\sqrt{2}$.

OAB là tam giác đều cạnh a $\Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét $\Delta SOI : SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$

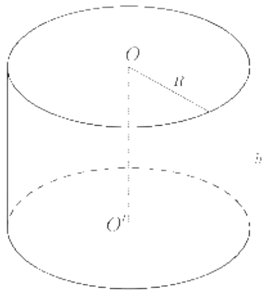
Diện tích thiết diện: $S_{SAB} = \frac{1}{2}.AB.SI = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$.

Câu 39. **[2H2-2.2-1]** Cho hình trụ (T) có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r. Ký hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh của (T). Công thức nào sau đây là đúng?

A. $S_{xq} = \pi rh$. **B.** $S_{xq} = 2\pi rl$. **C.** $S_{xq} = 2\pi r^2 h$. **D.** $S_{xq} = \pi rl$.

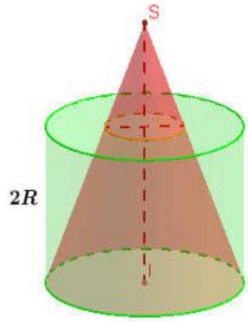
Lời giải

Chọn B.



Với hình trụ ta có $h = l \Rightarrow S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi rl$.

Câu 40. **[2H2-4.1-4]** Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{17}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ. Tính thể tích phần khối trụ không giao với khối nón.

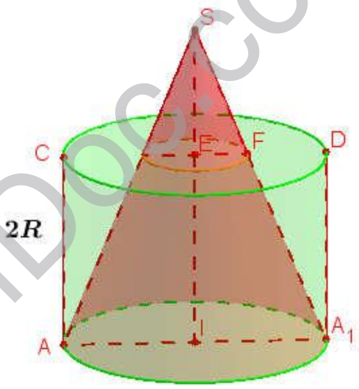


A. $\frac{5}{12}\pi R^3$. **B.** $\frac{1}{3}\pi R^3$.

C. $\frac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $\frac{5}{6}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{17R^2 - R^2} = 4R \Rightarrow SE = 2R, EF = \frac{R}{2}$.

Thể tích khối nón lớn (có đường cao SI) là $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2.4\text{R} = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích khối nón nhỏ (có đường cao SE) là $V_2 = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2.2R = \frac{1}{6}\pi R^3$

Thể tích phần khối giao nhau giữ khối nón và khối trụ là $V_3 = V_1 - V_2 = \frac{7}{6}\pi R^3$.

Thể tích khối trụ là là $V_4 = \pi R^2.2R = 2\pi R^3$.

Vậy thể tích phần khối trụ không giao với khối nón là $V = V_4 - V_3 = \frac{5}{6}\pi R^3$.

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. **[2D2-5.3-3]** Giải phương trình sau: $2^{2x^2+1}-9.2^{x^2+x}+2^{2x+2}=0$.

Lời giải

Chia cả hai vế của phương trình cho $2^{2x+2}\neq 0$ ta được:

$$2^{2x^2-2x-1}-9.2^{x^2-x-2}+1=0\Leftrightarrow \frac{1}{2}.2^{2x^2-2x}-\frac{9}{4}.2^{x^2-x}+1=0\Leftrightarrow 2.2^{2x^2-2x}-9.2^{x^2-x}+4=0.$$

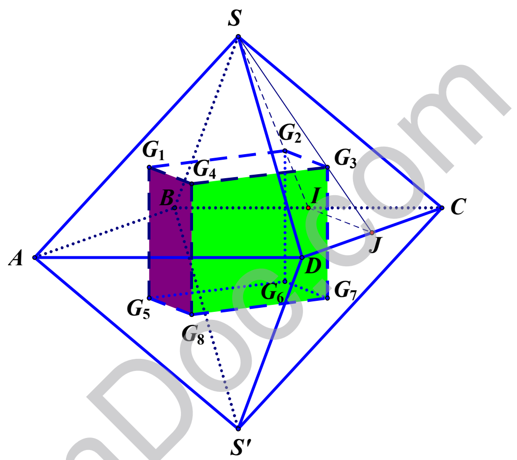
Đặt $t=2^{x^2-x}$ điều kiện $t>0$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$2t^2-9t+4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=4 \\ t=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{x^2-x}=2^2 \\ 2^{x^2-x}=2^{-1}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x=2 \\ x^2-x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-1\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-1\end{array}\right.$.

Câu 2. **[2H1-3.5-4]** Cho khối bát diện đều cạnh a. Tính tỷ số thể tích của khối lập phương được tạo nên bằng cách nối các tâm của các mặt bên của khối bát diện với thể tích của khối bát diện.

Lời giải



Thể tích của khối bát diện đều cạnh a là: $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Gọi thể tích khối lập phương $G_1G_2G_3G_4.G_5G_6G_7G_8$ là V_1.

Ta có: $G_2G_3=\dfrac{2}{3}IJ=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{3}a\sqrt{2}.$

Khi đó $V_1=\left(G_2G_3\right)^3=\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{3}\right)^3=\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{27}.$

Vậy: $\dfrac{V_1}{V}=\dfrac{\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{27}}{\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}}=\dfrac{4}{9}.$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.C	5.D	6.D	7.B	8.B	9.B	10.A
11.C	12.A	13.A	14.B	15.C	16.B	17.B	18.A	19.A	20.A
21.C	22.A	23.B	24.D	25.B	26.D	27.B	28.B	29.A	30.A
31.D	32.A	33.B	34.A	35.C	36.A	37.B	38.A	39.B	40.D

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 07

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-4.2-1]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây sai?

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.
B. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x=2$.
C. Hàm số không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty,\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang, chọn. **A.**

Câu 2. **[2D1-2.4-1]** Hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2 điểm. **B.** 4 điểm. **C.** 3 điểm. **D.** 1 điểm.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x \Rightarrow y'=x^3-x^2-x+1$.

Suy ra: $y'=0 \Leftrightarrow x^3-x^2-x+1=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng xét dấu của y':

x	$-\infty$ -1 1 $+\infty$
y'	$-$ 0 $+$ 0 $+$

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị tại $x=-1$.

Câu 3. **[2D2-3.2-1]** Cho số thực x thỏa mãn $2=5^{\log_3 x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2=3^{\log_5 x}$. **B.** $5=x^{\log_2 3}$. **C.** $2=x^{\log_3 5}$. **D.** $3=x^{\log_2 5}$.

Lời giải:

Chọn C

Ta có: $2=5^{\log_3 x} \Leftrightarrow 2=\left(5^{\log_5 x}\right)^{\log_3 5}=x^{\log_3 5}$.

Câu 4. **[2D1-1.1-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ đơn điệu trên $(a;\,b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in(a;\,b)$. **B.** $f'(x)>0,\ \forall x\in(a;\,b)$..
C. $f'(x)$ không đổi dấu trên khoảng $(a;\,b)$. **D.** $f'(x)\ne 0,\ \forall x\in(a;\,b)$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 5. **[2D2-4.7-1]** Cho hàm số $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Đồ thị hàm số luôn đi qua hai điểm $A(1;\,0)$, $B\left(1;\,\frac{1}{2}\right)$..

B. Đồ thị hàm số đối xứng với đồ thị hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ qua đường thẳng $y=x$.

C. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

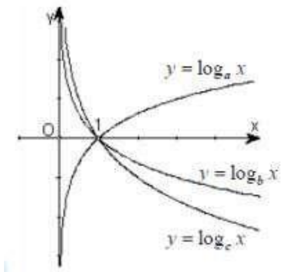
D. Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\ln x^2>\ln(4x-4)\Leftrightarrow\begin{cases}x^2>4x-4\\4x-4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x>1\end{cases}$.

Câu 6. **[2D2-4.7-2]** Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x, y=\log_c x$ được cho trong hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $c<a<b$. **B.** $b<c<a$. **C.** $a<c<b$. **D.** $a<b<c$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy

□ Hàm số $y=\log_a x$ đồng biến, suy ra $a>1$

□ Hai hàm số $y=\log_b x$ và $y=\log_c x$ nghịch biến, suy ra $0<b,c<1$

□ Với $\begin{cases}0<x<1\Rightarrow\log_b x<\log_c x\\x>1\Rightarrow\log_b x<\log_c x\end{cases}$

Suy ra $b<c<a$.

Câu 7. **[2D2-3.1-1]** Nếu $\log_a b=p$, thì $\log_a a^2b^4$ bằng

A. $4p+2$. **B.** a^2p^4. **C.** $4p+2a$. **D.** p^4+2a

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_a a^2b^4=\log_a a^2+\log_a b^4=2+4\log_a b=2+4p$.

Câu 8. **[2D2-5.7-2]** Tìm các giá trị m để phương trình $2^{x+1}=m.2^{x+2}-2^{x+3}$ luôn đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=\frac{5}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$

Lời giải

Chọn B

Phương trình $2^{x+1}=m.2^{x+2}-2^{x+3}\Leftrightarrow 2.2^x=4m.2^x=8.2^x\Leftrightarrow 2^x(5-2m)=0(*)$

Để phương trình (*) nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 5-2m=0\Leftrightarrow m=\frac{5}{2}$.

Câu 9. **[2H2-2.3-1]** Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, biết diện tích mặt đáy của khối trụ bằng 90π. Tính thể tích của khối trụ

A. 30π. **B.** 300π. **C.** 900π. **D.** 450π

Lời giải

Chọn C

$V = B.h = 10.90\pi = 900\pi$.

Câu 10. **[2H1-2.0-1]** Cho khối chóp có đường cao h, diện tích mặt đáy S. Gọi V là thể tích của khối chóp.
Tìm mệnh đề đúng

A. $V = S.h$. **B.** $V = \frac{1}{2}S.h$. **C.** $V = \frac{1}{3}S.h$. **D.** $V = \frac{1}{6}S.h$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}S.h$.

Câu 11. **[2H1-2.1-1]** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{3a^3}{2}$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

Áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}a^2.2a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 12. **[2D2-4.2-1]** Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(2x - x^2)$ với $0 < x < 2$ là:

A. $y' = \frac{2-2x}{2x-x^2}$. **B.** $y' = (2-2x)(2x-x^2)$.

C. $y' = \frac{1}{2x-x^2}$. **D.** $y' = 2x - x^2$.

Lời giải

Chọn A

$y = \ln(2x - x^2) \Leftrightarrow y' = \frac{(2x-x^2)'}{2x-x^2} = \frac{2-2x}{2x-x^2}$

Câu 13. **[2D2-4.1-2]** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3\left(x^2 - 5.x + 6\right)$ là:

A. $D = (-\infty;2) \cup (3;+\infty)$. **B.** $D = (2;3)$.

C. $D = [2;3]$. **D.** $D = (-\infty;2] \cup [3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow x < 2; x > 3$

Câu 14. **[2D2-3.3-2]** Cho $a = \log_2 m$ với $m > 0$ và $m \neq 1$ và $A = \log_m(8m)$. Khi đó mỗi quan hệ giữa A và a là:

A. $A = \frac{3+a}{a}$. **B.** $A = (3+a)a$. **C.** $A = \frac{3-a}{a}$. **D.** $A = (3-a).a$.

Lời giải

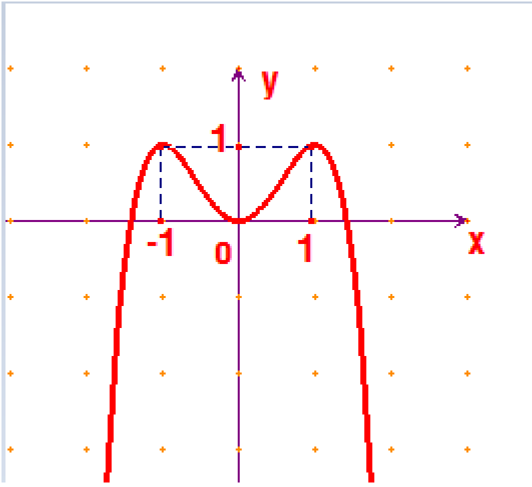
Chọn A

Sử dụng công thức $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$, ta được:

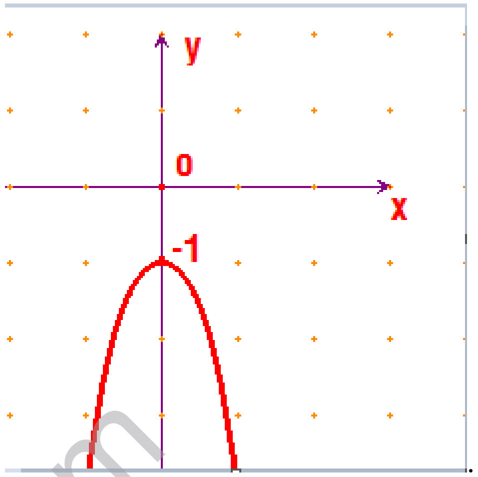
$$A = \log_m(8m) = \frac{\log_2(8m)}{\log_2 m} = \frac{3 + \log_2 m}{\log_2 m}$$

Câu 15. **[2D1-5.2-2]** Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ có đồ thị nào trong các đồ thị sau:

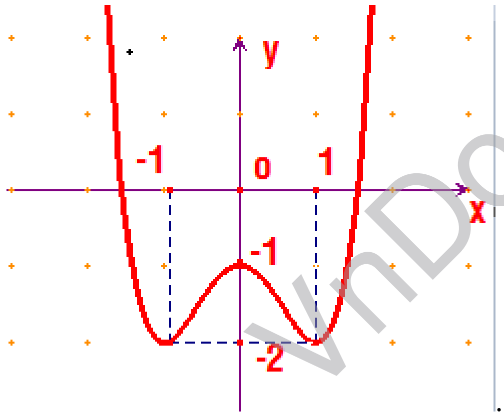
A.



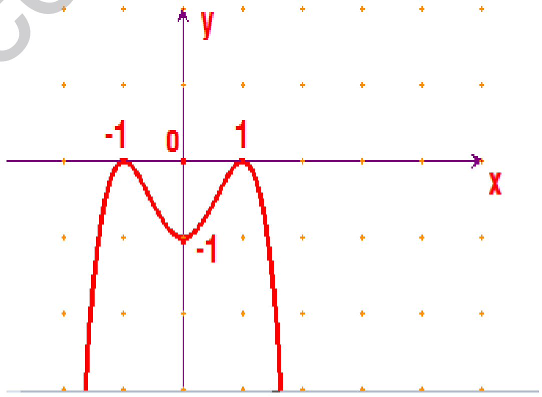
B.



C.



D.



Lời giải

Chọn D.

Câu 16. **[2D1-2.8-2]** Biết rằng hàm số $y = \dfrac{-1}{3}x^3 + \dfrac{mx^2}{3} + 4$ đạt cực đại tại $x = 2$. Khi đó giá trị của m sẽ là:

A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 4$.

Lời giải

Chọn C

$$y' = -x^2 + \frac{2}{3}m\text{x} \Rightarrow y'(2) = \frac{4m}{3} - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 3$$

.

$$y'' = -2\text{x} + \frac{2}{3}m \Rightarrow y''(2) = -4 + 2 = -2 < 0 \Rightarrow x = 2$$

Câu 17. **[2D2-5.2-2]** Giải bất phương trình: $3^{x^2+3x} \le 81$ có nghiệm là:

A. $-4 \le x \le 1$. **B.** $x \ge 1; x \le -4$.

C. $1 \le x \le 4$. **D.** $x \ge 4; x \le 1$.

Lời giải

Chọn A

$3^{x^2+3x} \le 81 \Leftrightarrow 3^{x^2+3x} \le 3^4 \Leftrightarrow x^2 + 3x \le 4$

Câu 18. [2D1-7.1-2] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{-x+2}$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là:

A. $y = -5x + 8$. **B.** $y = 5x - 2$. **C.** $y = -5x - 2$. **D.** $y = 5x + 8$.

Lời giải

Chọn B

$y' = \dfrac{5}{(-x+2)^2} \Rightarrow y'(1) = 5$ loại đáp án A, C

$x_0 = 1; y_0 = 3 \Rightarrow PT: y = 5x - 2$

Câu 19. [2D1-3.2-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$y' = \dfrac{5}{(-x+2)^2} \Rightarrow y'(1) = 5$ loại đáp án A, C

$x_0 = 1; y_0 = 3 \Rightarrow PT: y = 5x - 2$ Chọn đáp án B

(Học sinh có thể sd máy tính để tính kq).

Câu 20. [2D1-2.4-2] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x$. Hãy chọn khẳng định đúng

A. Hàm số không có cực trị. **B.** Hàm số có một cực trị.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. **D.** Giá trị cực đại của hàm số là 2.

Lời giải

Chọn D

$y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ hàm số có 2 cực trị loại đáp án A, B

Vẽ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại x = 1, loại đáp án C

Câu 21. [2D2-4.0-2] Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $\left(\dfrac{2017}{2016}\right)^x < 1 \Leftrightarrow x > 0$. **B.** $\log_{2016} 2017 < 1$.

C. $\log_{2017} 2016 > 1$. **D.** $\left(\dfrac{2016}{2017}\right)^x < 1 \Leftrightarrow x > 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $\dfrac{2016}{2017} < 1 \rightarrow \left(\dfrac{2016}{2017}\right)^x < 1 \Leftrightarrow x > 0$.

Câu 22. [2D2-5.2-3] Cho hàm số $f(x) = \dfrac{3^x}{7^{x^2-1}}$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. $f(x)>1 \Leftrightarrow \dfrac{x}{1+\log_3 7} > \dfrac{x^2-1}{1+\log_7 3}$.

B. $f(x)>1 \Leftrightarrow x.\log_{\frac{1}{2}} 3 > (x^2-1)\log_2 7$.

C. $f(x)>1 \Leftrightarrow x > (x^2-1)\log_3 7$.

D. $f(x)>1 \Leftrightarrow x\ln 3 > (x^2-1)\ln 7$.

Lời giải

Chọn B

$$f(x)=\frac{3^x}{7^{x^2-1}}>1 \Leftrightarrow 7.3^x > 7^{x^2} \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} 7 + x\log_{\frac{1}{2}} 3 < x^2\log_{\frac{1}{2}} 7 \Leftrightarrow x\log_{\frac{1}{2}} 3 < (x^2-1)\log_{\frac{1}{2}} 7.$$

Câu 23. **[2D1-3.11-2]** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{mx+1}{x-m}$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1;2]$ bằng 3. Khi đó giá trị m bằng:

A. $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=R\backslash\{m\}$

Trước hết, để hàm số đạt GTLN trên $[1;2]$ thì $\left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le 1 \end{array}\right.$

Ta có: $f(x)=\dfrac{mx+1}{x-m} \Rightarrow f'(x)=-\dfrac{m^2+1}{(x-m)^2}<0, \forall x\in D$

$$\max_{[1;2]} f(x)=f(1)=3 \Leftrightarrow \frac{m+1}{1-m}=3 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}.$$

Câu 24. **[2D1-7.1-3]** Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=3x-2$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Không có

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $\dfrac{3}{(x+1)^2}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=1 \\ x+1=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Với $x=0$ ta có phương trình tiếp tuyến $y=3x-2$ (loại)

Với $x=-2$ ta có phương trình tiếp tuyến $y=3x+7$ (Nhận).

Câu 25. **[2D2-4.5-2]** Cho $0<a\ne 1, x, y\in R.$ Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu $a^x<a^y$ thì $(a-1)(x-y)>0$.

B. Nếu $a^x<a^y$ thì $(a-1)(x-y)<0$.

C. Nếu $a^x<a^y$ thì $x<y$.

D. Nếu $a^x<a^y$ thì $x>y$

Lời giải

Chọn B

Ta có

□ TH1: $0<a<1 \Rightarrow \begin{cases} a-1<0 \\ a^x<a^y \Rightarrow x>y \Rightarrow x-y>0 \end{cases} \Rightarrow (a-1)(x-y)<0$

□ TH2: $a > 1 \Rightarrow \begin{cases} a-1>0 \\ a^x < a^y \Rightarrow x < y \Rightarrow x-y<0 \end{cases} \Rightarrow (a-1)(x-y)<0$.

Câu 26. **[2D1-6.8-3]** Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ $R \setminus \{1\}$ và liên tục trên từng khoảng xác định có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	
y	2 ↘		$-\infty$ || 1	↗	$+\infty$

Tìm tập hợp tất hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ cắt đường thẳng $y = 2m-1$ tại hai điểm phân biệt.

A. $\left[1;2\right]$. **B.** $\left[1;\frac{3}{2}\right]$. **C.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2m-1$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

$1 < 2m-1 < 2 \Leftrightarrow 1 < m < \frac{3}{2} \Leftrightarrow m \in \left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 27. **[2D1-2.6-2]** Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$?

A. $y_{CT} = -3$. **B.** $y_{CT} = -2$. **C.** $y_{CT} = 0$. **D.** $y_{CT} = 1$

Lời giải

Chọn A

Tính $y' = 6x^2 - 6x$, cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	-3	↗	$+\infty$

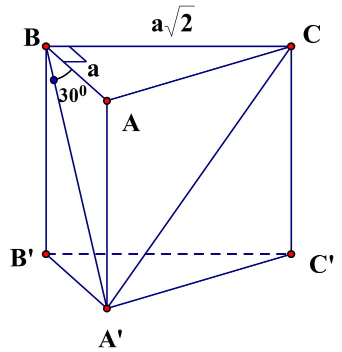
.

Câu 28. **[2H1-3.1-2]** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, mặt bên $\left(A'BC\right)$ hợp với mặt đáy $\left(ABC\right)$ một góc $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



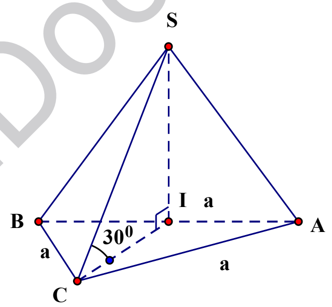
Ta có: $AA' = a.\tan 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ mặt khác: $V = \frac{a\sqrt{3}}{3}.\left(\frac{1}{2}a.a\sqrt{2}\right) = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Câu 29. **[2H1-2.4-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB, góc tạo bởi cạnh SC và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $30°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



$CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SI = CI.\tan 30^0 = \frac{a}{2}, V = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

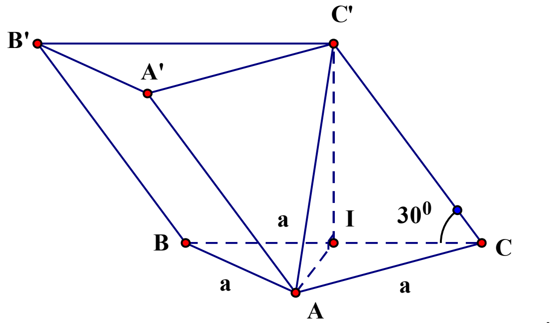
Câu 30. **[2H1-3.4-3]** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu của C' trên (ABC) là trung điểm I của BC. Góc giữa AA và BC là $30°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Do AA' song song với CC' nên góc giữa AA' và BC cũng là góc giữa CC' và BC. Nên $C'I = \frac{a}{2}.\tan 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. Vậy: $V = \frac{a\sqrt{3}}{6}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$ Nên chọn đáp án. **D.**



Câu 31. **[2H2-2.3-2]** Một hình trụ có 2 đáy là 2 hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Thể tích của khối trụ đó là

A. $\frac{1}{2}a^3\pi$. **B.** $\frac{1}{4}a^3\pi$. **C.** $\frac{1}{3}a^3\pi$. **D.** $a^3\pi$.

Lời giải

Chọn B

+ Bán kính của đáy là $\frac{a}{2}$

+ Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2.h = \pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2.a = \frac{1}{4}a^3\pi$.

Câu 32. **[2H2-1.2-2]** Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn thẳng AC' của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh b khi quay xung quanh trục AA'. Diện tích S là

A. πb^2. **B.** $\pi b^2\sqrt{2}$. **C.** $\pi b^2\sqrt{3}$. **D.** $\pi b^2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

+ Bán kính hình nón $r = A'C' = b\sqrt{2}$

+Đường sinh $l = b\sqrt{3}$

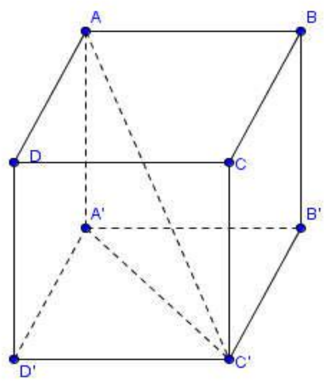
+ Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi.r.l = \pi.\sqrt{2}b.\sqrt{3}b = \pi b^2\sqrt{6}$.

Câu 33. **[2H1-2.4-2]** Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo bằng a . Khi đó thể tích khối tứ diện $AA'B'C'$ là.

A. $\frac{a^2}{3\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{a^3}{18\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{a^3}{6\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a^2}{18\sqrt{3}}$

Lời giải

Chọn B



Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo bằng a . Khi đó thể tích khối tứ diện $AA'B'C'$ là.

Gọi x là cạnh hình lập phương

Ta có $AA'^2 + A'C'^2 = AC'^2$

$x^2 + (x\sqrt{2})^2 = a^2 \Rightarrow x = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$

V= $\dfrac{1}{3}S_{A'B'C'}.AA' = \dfrac{1}{6}x^3 = \dfrac{a^3}{18\sqrt{3}}$.

Câu 34. **[2H2-1.3-3]** Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a, thể tích của hình nón là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Lời giải

Chọn A

Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a, thể tích của hình nón là:

$l = a; R = \dfrac{a}{2}; h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 35. **[2D1-2.13-4]** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ (m là tham số) có đồ thị là (C_m). Các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số cách đều đường thẳng $y = x - 1$ khi

A. $m = 0$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 3$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - m$.

Hàm số có CĐ, CT $\Leftrightarrow y' = 3x^2 - 6x - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

$\Leftrightarrow \Delta' = 9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -3$ (*)

Gọi hai điểm cực trị là $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$

Thực hiện phép chia y cho y′ ta được: $y = \left(\dfrac{1}{3}x - \dfrac{1}{3}\right)y' + \left(\dfrac{2m}{3} - 2\right)x + \left(2 + \dfrac{m}{3}\right)$

$\Rightarrow y_1 = y(x_1) = \left(\dfrac{2m}{3} - 2\right)x_1 + 2 + \dfrac{m}{3};\ y_2 = y(x_2) = \left(\dfrac{2m}{3} - 2\right)x_2 + 2 + \dfrac{m}{3}$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là Δ: $y = \left(\dfrac{2m}{3} - 2\right)x + 2 + \dfrac{m}{3}$

Các điểm cực trị cách đều đường thẳng $y = x - 1 \Leftrightarrow$ xảy ra 1 trong 2 trường hợp:

TH1: Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị song song hoặc trùng với đường thẳng $y = x - 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{2m}{3} - 2 = 1 \Leftrightarrow m = \dfrac{9}{2}$ (không thỏa (*))

TH2: Trung điểm I của AB nằm trên đường thẳng $y = x - 1$

$\Leftrightarrow y_I = x_I - 1 \Leftrightarrow \dfrac{y_1 + y_2}{2} = \dfrac{x_1 + x_2}{2} - 1 \Leftrightarrow \left(\dfrac{2m}{3} - 2\right)(x_1 + x_2) + 2\left(2 + \dfrac{m}{3}\right) = (x_1 + x_2) - 2$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{2m}{3} - 2\right).2 + 2\left(2 + \dfrac{m}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow m = 0$

Vậy các giá trị cần tìm của m là: $m = 0$.

Câu 36. **[2D2-5.7-4]** Tìm m để phương trình $4^x - 2^{x+3} + 3 = m$ có đúng 2 nghiệm $x \in (1;3)$

A. $-13 < m < -9$. **B.** $3 < m < 9$. **C.** $-9 < m < 3$. **D.** $-13 < m < 3$

Lời giải

Chọn A

đặt $t = 2^x\,(t > 0)$ phương trình đã cho có dạng $t^2 - 8t + 3 = m$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình $t^2 - 8t + 3 - m = 0$ có đúng hai nghiệm $t \in (2;8)$

Ta có $\Delta == 64 - 4(3-m) > 0 \Leftrightarrow m > -13$

Khi đó giả sử phương trình có hai nghiệm $t_1, t_2\,(t_1 < t_2)$. Khi đó ta có

$$2 < t_1 < t_2 < 8 \Leftrightarrow \begin{cases} (t_1-2)(t_2-2) > 0 \\ (t_1-8)(t_2-8) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1t_2 - 2(t_1+t_2) + 4 > 0 \\ t_1t_2 - 8(t_1+t_2) + 64 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m - 2.8 + 4 > 0 \\ 3 - m - 8.8 + 64 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -9$$

Kết hợp lại ta có $-13 < m < -9$.

Câu 37. **[2D1-6.8-4]** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+m}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương

A. $-2 < m < -1$. **B.** $m < -1$. **C.** $m < 1$. **D.** $-2 < m < 1$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị:

$$x + 1 = \frac{2x+m}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 1 = 2x + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 2x - m - 1 = 0\,(*) \end{cases}$$

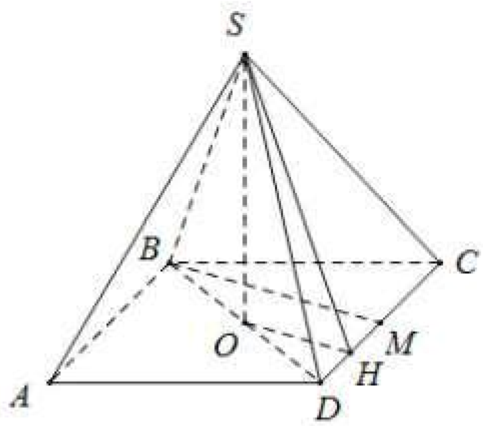
2 đồ thị cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ dương $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 - 2.1 - m - 1 \neq 0 \\ \Delta' = 1 + (m+1) > 0 \\ x_1 + x_2 = 2 > 0 \\ x_1x_2 = -m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m > -2 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < -1.$

Câu 38. **[2H1-2.4-4]** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, $AB = a, \widehat{BAD} = 60^0$ $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc 60^0. Tính thể tích khối chóp S.ABCD

A. $V_{S.ABCD} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **C.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{48}$

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm CD, $OH \perp CD$ tại H

Có ΔBCD đều cạnh a nên $BM \perp CD$

Góc giữa (SCD) và (ABCD) là góc $SHO = 60^0$

$BM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; S_{BCD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}; S_{ABCD} = 2S_{BCD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

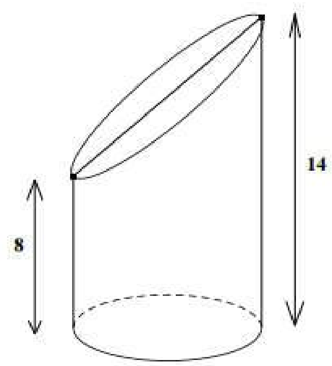
$OH = \dfrac{BM}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}; SO = OH.\tan 60^0 = \dfrac{3a}{4}$

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 39. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng ta được một khối (H) như hình vẽ bên. Biết rằng thiết diện là một hình elip có độ dài trục lớn bằng 10, khoảng cách từ một điểm thuộc thiết diện gần mặt đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất tới mặt đáy lần lượt là 8 và 14. (xem hình vẽ). Tính thể tích của hình (H)

.**A.** $V_{(H)} = 176\pi$. **B.** $V_{(H)} = 275\pi$.

C. $V_{(H)} = 192\pi$. **D.** $V_{(H)} = 740\pi$



Lời giải

Chọn A

Khối (H) có thể tích bằng thể tích hình trụ chiều cao 11 và bán kính đáy $\dfrac{1}{2}\sqrt{10^2 - 6^2} = 4$ nên $V_{(H)} = \pi.4^2.11 = 176\pi$

Câu 40. [2H2-1.2-2] Cho tam giác OAB vuông tại O có $OA = 3$, $OB = 4$. Tính diện tích toàn phần của hình nón tạo thành khi quay tam giác OAB quanh OA.

A. $S = 36\pi$. **B.** $S = 20\pi$. **C.** $S = 26\pi$. **D.** $S = 52\pi$.

Lời giải

Chọn A

Vì tam giác OAB vuông tại O có $OA = 3, OB = 4$ nên $AB = 5$.

Ta có $S_{xq} = \pi Rl = \pi.OB.AB = \pi.4.5 = 20\pi$.

Và diện tích đáy là $S = \pi R^2 = \pi.OB^2 = \pi.4^2 = 16\pi$.

Vậy $S_{tp} = S + S_{xq} = 36\pi$.

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1 . **[2D2-7.1-3]** Giải phương trình: $\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3$ (1)

Lời giải

$\log_2(x+1)^2+2 = \log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3;(1)$.

TXĐ $(-4;4)\setminus\{-1\}$

$(1)\Leftrightarrow \log_2|\text{x}+1|+2=\log_2(4-x)+\log_2(4+x)\Leftrightarrow \log_2 4|x+1|=\log_2(16-x^2)$

$\Leftrightarrow 4|\text{x}+1|=16-\text{x}^2 \Leftrightarrow x^2+4|x+1|-16=0;(2)$

*)Xét $-4<x<-1$

$(2)\Leftrightarrow x^2-4x-20=0\Leftrightarrow x=2-2\sqrt{6}$

*)Xét $-1<x<4$

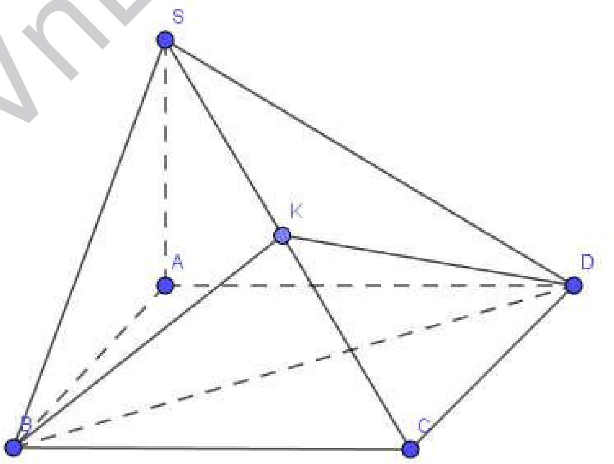
$(2)\Leftrightarrow x^2+4x+12=0\Leftrightarrow x=2$

Câu 2. **[2H1-2.4-4]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với $\widehat{A}=120^0$, $BD=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy bằng 60^o. Một mặt phẳng (α) đi qua BD và vuông góc với cạnh SC. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần của hình chóp do mặt phẳng (α) tạo ra khi cắt hình chóp.

Lời giải

Gọi $V;V_1;V_2$ là thể tích của hình chóp $S.ABCD$, $K.BCD$ và phần còn lại của hình chop $S.ABCD$ $S.ABCD$: $\dfrac{V}{V_1}=\dfrac{S_{ABCD}.SA}{S_{BCD}.HK}=2.\dfrac{SA}{HK}=13$

Ta được: $\dfrac{V}{V_1}=\dfrac{V_1+V_2}{V_1}=1+\dfrac{V_2}{V_1}=13\Leftrightarrow\dfrac{V_2}{V_1}=12$



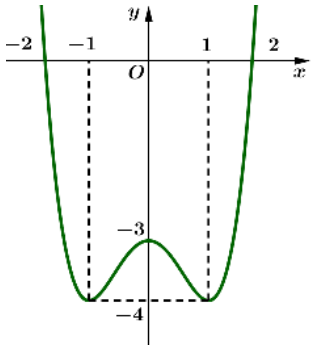
BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.C	4.C	5.A	6.A	7.A	8.B	9.C	10.C
11.B	12.A	13.A	14.A	15.D	16.C	17.A	18.B	19.B	20.D
21.D	22.B	23.B	24.B	25.B	26.C	27.A	28.D	29.D	30
31.B	32.D	33.B	34.A	35.A	36.A	37.A	38.C	39.A	40.A

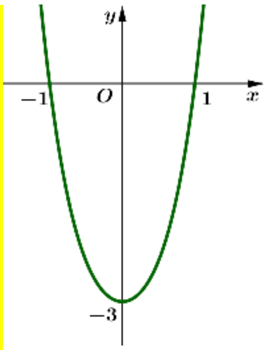
ĐỀ ÔN TẬP SỐ 08

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

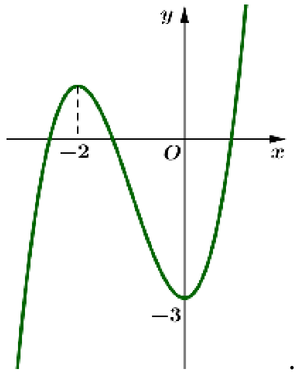
Câu 1. [2D1-5.2-1] Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ có đồ thị là hình nào sau đây?

A. 

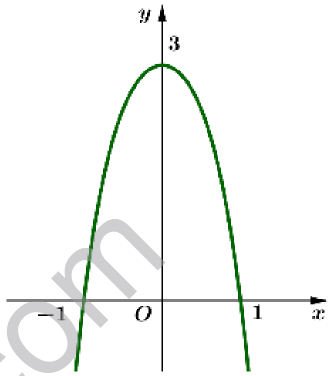
.

B. 

.

C. 

.

D. 

.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho là hàm trùng phương, có hệ số $a > 0$ nên loại câu **C** và **D.**

Hàm số có hệ số $a = 1$ và $b = 2$ cùng dấu nên hàm số chỉ có một cực trị. Loại **A.**

Câu 2. [2D1-1.3-1] Bảng biến thiên dưới là của hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

x	$-\infty$		-5		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;3)$ và $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-5)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-5;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (-5;0)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-5;0)$.

Câu 3. [2D1-4.4-1] Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$?

A. $y = -2$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty} y = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x+1}{x-2} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 4. **[2D2-2.1-1]** Tìm tập xác định D của hàm số $y = (1-x)^{\frac{2}{3}}$.

A. $D = (-\infty;+\infty)\setminus\{1\}$. **B.** $D = (-\infty;+\infty)$. **C.** $D = (-\infty;1)$. **D.** $D = (-\infty;1]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $1-x>0 \Leftrightarrow x<1$.

Tập xác định $D = (-\infty;1)$.

Câu 5. **[2D1-2.4-1]** Hàm số $y = -x^4 - 2017x^2 + 2018$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -4x^3 - 4034x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và y' đổi dấu khi qua điểm $x=0$ nên hàm số có 1 điểm cực trị.

Chú ý: Hàm số dạng trùng phương có các hệ số $a=-1$, $b=-2017$ cùng dấu nên hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 6. **[2D2-3.2-1]** Cho $a>0$, $b>0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $a^{\ln b} = b^{\ln a}$. **B.** $\ln^2(ab) = \ln a^2 + \ln b^2$.

C. $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \dfrac{\ln a}{\ln b}$. **D.** $\ln\sqrt{ab} = \dfrac{1}{2}\left(\ln\sqrt{a} + \ln\sqrt{b}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Đáp án A đúng vì ta có $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ nên $a^{\ln b} = b^{\ln a}$.

Đáp án B sai vì $\ln^2(ab) = (\ln a + \ln b)^2 \neq \ln a^2 + \ln b^2$.

Đáp án C sai vì $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b \neq \dfrac{\ln a}{\ln b}$.

Đáp án D sai vì $\ln\sqrt{ab} = \dfrac{1}{2}(\ln a + \ln b) \neq \dfrac{1}{2}\left(\ln\sqrt{a} + \ln\sqrt{b}\right)$.

Câu 7. **[2D2-4.7-1]** Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\dfrac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục hoành.

B. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ đối xứng nhau qua trục tung.

C. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = a^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết: Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$ và $y = a^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Đáp án A sai vì đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung.

Đáp án B sai vì đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ đối xứng nhau qua trục hoành.

Câu 8. **[2H1-1.1-1]** Cho các khẳng định sau:

(I). Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và đường cao hạ từ đỉnh qua tâm của đáy.

(II). Hình hộp là lăng trụ có đáy là hình chữ nhật.

(III). Lăng trụ đều là lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

(IV). Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.

Số khẳng định **đúng** là?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Các khẳng định đúng là (I), (III), (IV).

Câu 9. **[2H1-1.1-1]** Cho các khẳng định sau:

(I). Tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.

(II). Hình hộp chữ nhật 3 kích thước khác nhau có 3 mặt phẳng đối xứng.

(III). Lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.

(IV). Bát diện đều có 9 mặt phẳng đối xứng.

Số khẳng định **Sai** là?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Câu 10. **[2H2-1.3-1]** Thể tích khối nón tròn xoay có đường cao h, đường sinh l, bán kính đáy R có thể tích là.

A. $V = 2\pi Rl$. **B.** $V = \pi Rl$. **C.** $V = \pi R^2 h$. **D.** $V = \frac{1}{3}h\pi R^2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11. **[2D1-6.1-2]** Đồ thị của hàm số $y = 4x^4 - 3x^2 + 3$ và đường thẳng $y = x + 3$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$4x^4 - 3x^2 + 3 = x + 3 \Leftrightarrow 4x^4 - 3x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x\left(4x^3 - 3x - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{array}\right. .$$

Suy ra hai đồ thị có ba điểm chung.

Câu 12. **[2D2-4.2-2]** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2\left(2^x + 1\right)$.

A. $y'=\dfrac{1}{(2^x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{1+2^{-x}}$. **C.** $y'=\dfrac{2^x\ln 2}{2^x+1}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 2}{2^x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left[\log_2\left(2^x+1\right)\right]'=\dfrac{\left(2^x+1\right)'}{\left(2^x+1\right)\ln 2}=\dfrac{2^x\ln 2}{\left(2^x+1\right)\ln 2}=\dfrac{1}{1+2^{-x}}$.

Câu 13. **[2D1-3.4-2]** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+\dfrac{3}{x}$ trên đoạn $[2;3]$.

A. $\min\limits_{[2;3]} y=\dfrac{15}{2}$. **B.** $\min\limits_{[2;3]} y=\dfrac{19}{2}$. **C.** $\min\limits_{[2;3]} y=4$. **D.** $\min\limits_{[2;3]} y=28$.

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-\dfrac{3}{x^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow \dfrac{x^4-1}{x^2}=0\Rightarrow x^4-1=0\Leftrightarrow x=\pm 1\notin[2;3]$.

Ta có: $y(2)=\dfrac{19}{2}$, $y(3)=28$. Vậy $\min\limits_{[2;3]} y=\dfrac{19}{2}$.

Câu 14. **[2D2-3.3-2]** Biết $a=\log 2$, $b=\log 3$ thì $\log 0,018$ tính theo a và b bằng

A. $\dfrac{2b+a}{2}$. **B.** $2b+a-3$. **C.** $2b+a-2$. **D.** $2a+b-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log 0,018=\log\dfrac{18}{1000}=\log 18-\log 10^3=\log 2+2\log 3-3=a+2b-3$.

Câu 15. **[2D1-1.5-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+4x+2$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $m<2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le -2\\ m\ge 2\end{array}\right.$. **D.** $-2\le m\le 2$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2-2mx+4$.

Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow\begin{cases} a=1>0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m^2-4\le 0\Leftrightarrow -2\le m\le 2$.

Câu 16. **[2D1-4.7-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-2mx+9}$, $m\ne 0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số đã cho có đúng một đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-2mx+9=0\ (*)$ có duy nhất nghiệm khác 1 hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1.

TH1: $\Delta'=m^2-9=0\Leftrightarrow m=\pm3$

Khi $m=3$, phương trình có một nghiệm $x=3$ (thỏa mãn).

Khi $m=-3$ phương trình có một nghiệm $x=-3$ (thỏa mãn).

TH2: Phương trình $(*)$ có một nghiệm bằng 1 $\Rightarrow 1-2m+9=0\Leftrightarrow m=5$.

Thử lại, với $m=5$ ta có phương trình $x^2-10x+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=9\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy với $m=3$, $m=-3$, $m=5$ thì đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng.

Câu 17. **[2D1-3.4-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{m^2x-m+2}{x-2}$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng 2?

A. $m=6$. **B.** $m=2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-\dfrac{5}{2}\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=\dfrac{5}{2}\end{array}\right.$.

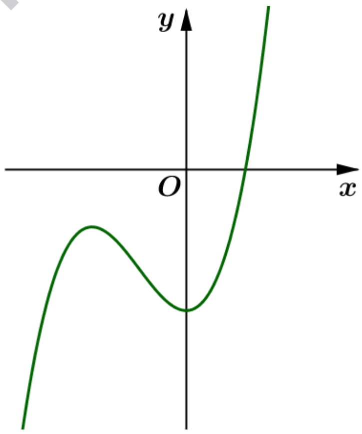
Lời giải

Chọn C

$$y'=\frac{m^2(x-2)-(m^2x-m+2)}{(x-2)^2}=\frac{-2m^2+m-2}{(x-2)^2}<0,\forall m\Rightarrow$$ hàm số nghịch biến trên $[-2;0]$

$$\Rightarrow\max_{[-2;0]}y=y(-2)=\frac{-2m^2-m+2}{-2-2}=\frac{-2m^2-m+2}{-4}=2\Leftrightarrow 2m^2+m-2=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-\dfrac{5}{2}\end{array}\right..$$

Câu 18. **[2D1-5.3-2]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,\ b=0,\ c<0,\ d<0$. **B.** $a>0,\ b>0,\ c=0,\ d<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c=0,\ d<0$. **D.** $a>0,\ b=0,\ c>0,\ d<0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có các nhận xét sau:

+ Ta thấy rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty\Rightarrow a>0$.

+ Hàm số đạt cực đại tại $x_1<0,\ x_2=0$. Ta có x_1,x_2 là nghiệm phương trình $y'=3ax^2+2bx+c=0$

Theo hệ thức Viét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a} < 0 \\ x_1x_2 = \dfrac{c}{3a} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b > 0 \end{cases}$

+ Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0;d) \Rightarrow d < 0$.

Vậy các hệ số $a > 0,\ b > 0,\ c = 0,\ d < 0$.

Câu 19. **[2D2-6.1-2]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3\left(\log_{\frac{1}{3}} x\right) > 0$.

A. $S = (0;1)$. **B.** $S = \left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $S = \varnothing$. **D.** $S = \left(0;\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}} x > 1 \Leftrightarrow x < \dfrac{1}{3}$.

So với điều kiện, ta có $S = \left(0;\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 20. **[2D2-5.3-2]** Phương trình $3^{2x+1} - 4.3^x + 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Chọn phát biểu đúng?

A. $x_1.x_2 = -1$. **B.** $2x_1 + x_2 = 0$. **C.** $x_1 + 2x_2 = -1$. **D.** $x_1 + x_2 = -2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{2x+1} - 4.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3.3^{2x} - 4.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 1 \\ 3^x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 0 \end{array}\right.$.

Vậy $x_1 + 2x_2 = -1$.

Câu 21. **[2D2-4.1-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \log\left(x^2 - 2mx + 4\right)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

A. $m < 4$. **B.** $-4 < m < 4$. **C.** $m < -2$ hoặc $m > 2$. **D.** $-2 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 22. **[2D1-6.3-2]** Tìm m để phương trình $x^4 - 4x^2 + 1 - m = 0$ có 2 nghiệm.

A. $m > 1$. **B.** $-3 < m < 1$. **C.** $m > 1$ hoặc $m = -3$. **D.** $m < -1$ hoặc $m = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^4 - 4x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 1 = m$.

Đặt $f(x)=x^4-4x^2+1$. Ta có $f'(x)=4x^3-8x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 2 nghiệm $\Leftrightarrow$ $m>1$ hoặc $m=-3$.

Câu 23. **[2D2-4.5-2]** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\log(a+b)=\log a+\log b$, $\forall a>0,\ b>0$.

B. $a^{x+y}=a^x+a^y$, $\forall a>0$, $x,y\in\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y=e^{10x+2017}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y=\log_{12}x$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

+ Các khẳng định A, B sai theo lý thuyết.

+ Xét khẳng định C: Ta có $y'=10e^{10x+2017}>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ C đúng.

+ Xét khẳng định D: Ta có $y'=\dfrac{1}{x\ln 12}>0\Leftrightarrow x>0\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)\Rightarrow$ D sai.

Câu 24. **[2D2-5.2-2]** Giải bất phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+2}\le\left(2-\sqrt{3}\right)^{-x-8}$ ta được bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+2}\le\left(2-\sqrt{3}\right)^{-x-8}\Leftrightarrow\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+2}\le\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+8}\Leftrightarrow x^2-2x+2\le x+8$

$\Leftrightarrow x^2-3x-6\le 0\Leftrightarrow\dfrac{3-\sqrt{33}}{2}\le x\le\dfrac{3+\sqrt{33}}{2}$.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-1,0,1,2,3,4\}$. Vậy có tất cả 6 nghiệm nguyên.

Câu 25. **[2H1-2.3-2]** Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích của (H) bằng.

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử tứ diện đều $S.ABCD$.

Tính diện tích $ABCD$: $S_{ABCD}=a^2$.

Xác định chiều cao:

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO$ là chiều cao của khối chóp.

ΔSOA vuông tại O cho ta $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = a\sqrt{\dfrac{1}{2}}$.

Vậy, $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} S_{ABCD}.SO = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 26. **[2H2-2.3-2]** Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Thể tích của hình trụ bằng:

A. 8π. **B.** 24π. **C.** 32π. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn D

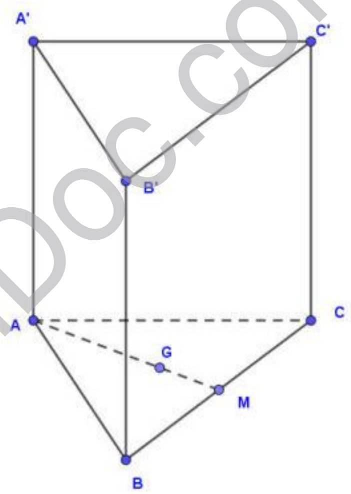
$V = \pi R^2 h = \pi.4.4 = 16\pi$.

Câu 27. **[2H2-2.5-2]** Cho một khối lăng trụ tam giác đều có thể tích là $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$. Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $\dfrac{a^3\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử khối lăng trụ tam giác đều là $ABC.A'B'C'$; gọi G là trọng tâm tam giác ABC.
Gọi h là chiều cao của khối lăng trụ và x là độ dài cạnh tam giác đáy.

Do đáy là tam giác đều cạnh x nên có diện tích : $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2$.

Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều là: $V = h\dfrac{\sqrt{3}x^2}{4} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{2} \Rightarrow x^2 h = 2a^3$.

Bán kính đường tròn đáy của khối trụ ngoại tiếp là $r = AG = \dfrac{x\sqrt{3}}{3}$.

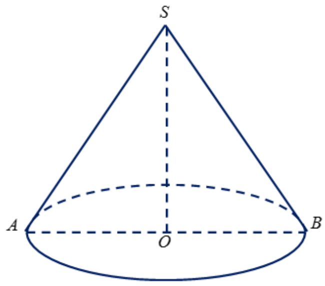
Thể tích khối trụ là : $V_T = \pi r^2 h = \pi \dfrac{x^2}{3} h = \dfrac{2a^3\pi}{3}$.

Câu 28. **[2H2-1.2-2]** Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là.

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, đường cao và bán kính đáy của hình nón.

Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác SAB vuông cân tại S có cạnh huyền $AB = a\sqrt{2}$.

Nên $SA^2 + SB^2 = AB^2 \Leftrightarrow 2SA^2 = 2a^2 \Leftrightarrow SA = a = l$.

Ta có: $R = AO = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

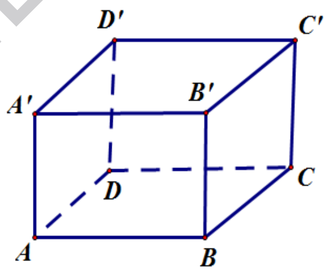
Vậy diện tích xung quanh của hình nón: $S = \pi Rl = \pi a.\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 29. **[2H1-3.5-2]** Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 150.

A. $V = 25$. **B.** $V = 75$. **C.** $V = 125$. **D.** $V = 100$.

Lời giải

Chọn C



Đặt cạnh lập phương là a.

Tổng diện tích các mặt lập phương là: $S = 6a^2$.

Theo bài ta có: $S = 6a^2 = 150 \Leftrightarrow a = 5$.

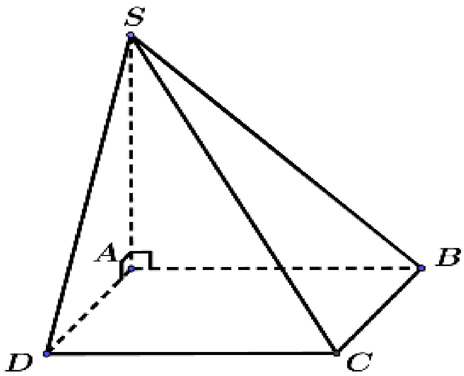
Vậy thể tích khối lập phương là : $V = a^3 = 125$.

Câu 30. **[2H1-2.1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $CD = 2a$; $AD = a$; $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn B



Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $S_{ABCD} = AD.CD = 2a^2$.

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của chóp $S.ABCD$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.2a^2 = 2a^3$.

Câu 31. **[2D1-2.13-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ có hai điểm cực trị A và B, sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.

A. $m = 0$ và $m = 2$. **B.** $m = 0$, $m = -1$ và $m = -2$.
C. $m = 0$ và $m = -1$. **D.** $m = 0$, $m = 1$ và $m = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6(m+1)x + 6m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = m \end{array}\right.$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 1$.

Khi đó hai điểm cực trị là $A(1;3m-1)$, $B(m;-m^3+3m^2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (m-1;-m^3+3m^2-3m+1)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng $y = x + 2$ là $\overrightarrow{u_d} = (1;1)$.

Đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d} = 0$

$$\Leftrightarrow m - 1 - m^3 + 3m^2 - 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow m^3 - 3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow m(m-1)(m-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0\ (tm) \\ m = 2\ (tm) \\ m = 1\ (l) \end{array}\right..$$

Vậy $m = 0$ hoặc $m = 2$.

Câu 32. **[2D2-6.2-3]** Phương trình $\log_4(x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x} + \log_8(4+x)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2, khi đó $|x_1 - x_2|$ bằng bao nhiêu?

A. $8 + 2\sqrt{6}$. **B.** 8. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l} x + 1 \neq 0 \\ 4 - x > 0 \\ 4 + x > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in (-4;4) \backslash \{-1\}$.

Khi đó, $PT \Leftrightarrow \log_{2^2}(x+1)^2+2=\log_{2^{\frac{1}{2}}}(4-x)^{\frac{1}{2}}+\log_{2^2}(4+x)^3$

$\Leftrightarrow \log_2|x+1|+\log_2 4=\log_2(4-x)+\log_2(x+4) \Leftrightarrow \log_2 4|x+1|=\log_2(16-x^2)$

$\Leftrightarrow 4|x+1|=16-x^2$ $(*)$

* TH1: $x+1>0 \Rightarrow -1<x<4$: Ta có $(*) \Leftrightarrow 4x+4=16-x^2 \Leftrightarrow x^2+4x-12=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \quad (tm) \\ x=-6 \ (l) \end{array}\right. \Rightarrow x_1=2$.

* TH2: $x+1<0 \Rightarrow -4<x<-1$: $(*) \Leftrightarrow -4x-4=16-x^2 \Leftrightarrow x^2-4x-20=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2+2\sqrt{6} \ (l) \\ x=2-2\sqrt{6} \ (tm) \end{array}\right. \Rightarrow x_2=2-2\sqrt{6}$.

Vậy $|x_1-x_2|=2\sqrt{6}$.

Câu 33. **[2D1-1.8-3]** Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\tan x+m}{m\tan x+1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0]\cup(1;+\infty)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(\dfrac{\tan x+m}{m\tan x+1}\right)'=\dfrac{1-m^2}{\cos^2 x(m\tan x+1)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$ khi $y'<0$, $\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 1-m^2<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$.

Đồng thời $m\tan x+1\neq 0$, $\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow m\neq -\dfrac{1}{\tan x}$, $\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Ta có $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \tan x\in(0;1) \Rightarrow -\dfrac{1}{\tan x}\in(-\infty;-1) \Rightarrow m\notin(-\infty;-1)$

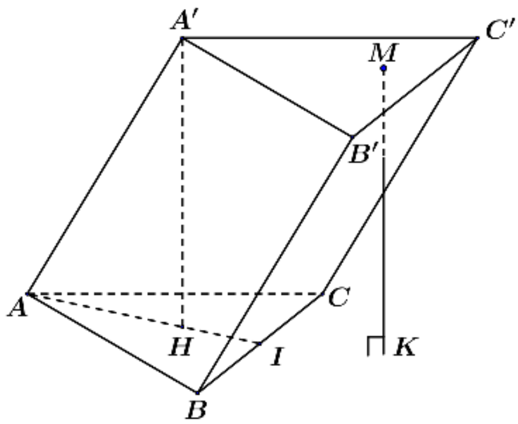
Vậy $m\in(1;+\infty)$.

Câu 34. **[2H1-3.4-3]** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V và một điểm M di động trong tam giác $A'B'C'$. Khi đó thể tích khối chóp $M.ABC$ tính theo V bằng.

A. V. **B.** $\dfrac{V}{3}$. **C.** $\dfrac{V}{6}$. **D.** $\dfrac{V}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi h là chiều cao của lăng trụ, $S = S_{ABC}$. Khi đó chóp $M.ABC$ có chiều cao là h.

Thể tích lăng trụ $V = h.S$.

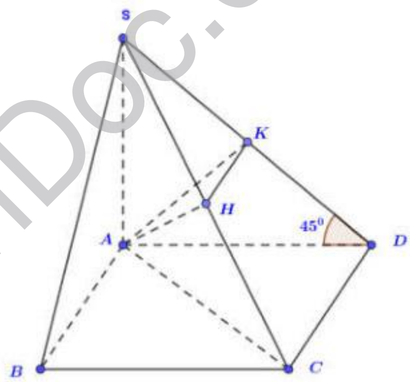
Thể tích tứ diện $M.ABC$ là $V_{M.ABC} = \frac{1}{3}h.S = \frac{V}{3}$.

Câu 35. **[2H1-2.1-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của SC và SD. Thể tích của khối chóp $S.AHK$ là.

A. $\frac{a^3}{24}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A



Ta có: (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD) \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow ((SCD),(ABCD)) = \widehat{SDA} = 45^0 \Rightarrow SA = AD = a$.

$V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta SCD} = \frac{1}{3}a.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{6}$.

$\frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ACD}} = \frac{SH}{SC}.\frac{SK}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{1}{4}V_{S.ACD} = \frac{a^3}{24}$.

Câu 36. **[2D2-7.1-4]** Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x+2}$. Tính tổng

$S = f\left(\frac{1}{2015}\right) + f\left(\frac{2}{2015}\right) + f\left(\frac{3}{2015}\right) + ... + f\left(\frac{2013}{2015}\right) + f\left(\frac{2014}{2015}\right)$

A. $S = 2014$. **B.** $S = 2015$. **C.** $S = 1008$. **D.** $S = 1007$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)+f(1-x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}+\dfrac{4^{1-x}}{4^{1-x}+2}=\dfrac{4^x}{4^x+2}+\dfrac{2}{4^x+2}=1$.

Suy ra

$S=f\left(\dfrac{1}{2015}\right)+f\left(\dfrac{2014}{2015}\right)+f\left(\dfrac{2}{2015}\right)+f\left(\dfrac{2013}{2015}\right)+...+f\left(\dfrac{1007}{2015}\right)+f\left(\dfrac{1008}{2015}\right)=1007$.

Câu 37. **[2D2-5.7-4]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m+e^{\frac{x}{2}}=\sqrt[4]{e^{2x}+1}$ có nghiệm thực.

A. $0<m<1$. **B.** $0<m\le\dfrac{2}{e}$. **C.** $\dfrac{1}{e}\le m<1$. **D.** $-1<m<0$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=e^{2x}$, $t>0$. Ta có $t=e^{2x}=\left(e^{\frac{x}{2}}\right)^4\Rightarrow e^{\frac{x}{2}}=\sqrt[4]{t}$.

Khi đó phương trình $m+e^{\frac{x}{2}}=\sqrt[4]{e^{2x}+1}$ trở thành $m=\sqrt[4]{t-1}-\sqrt[4]{t}$ (*)

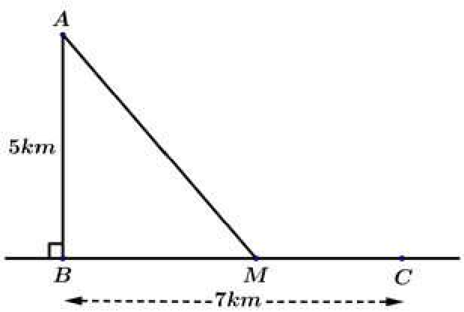
Xét hàm số $f(t)=\sqrt[4]{t-1}-\sqrt[4]{t}$ trên khoảng $(0;+\infty)$, có $f'(t)=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{\sqrt[4]{(t+1)^3}}-\dfrac{1}{\sqrt[4]{t^3}}\right)<0;\forall t>0$.

Suy ra $f(t)$ là hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$, kết hợp với $\lim\limits_{t\to+\infty}f(t)=0$, $\lim\limits_{t\to0^+}f(t)=1$.

t	0		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	1	$\searrow$	0

Vậy phương trình (*) có nghiệm khi và chỉ khi $0<m<1$.

Câu 38. **[2D1-3.14-4]** Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB=5(\text{km})$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là $7(\text{km})$. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc $4(\text{km/h})$ rồi đi bộ đến C với vận tốc $6(\text{km/h})$ Vị trí của điểm M cách B một khoảng gần nhất với giá trị nào sau đây để người đó đến kho nhanh nhất?



A. $3,0(\text{km})$. **B.** $3,0(\text{km})$. **C.** $4,5(\text{km})$. **D.** $2,1(\text{km})$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $x=BM$, $0\le x\le7$. Khi đó $AM=\sqrt{x^2+25}$, $MC=7-x$.

Thời gian người canh hải đăng đi từ A đến C là $F(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4}+\dfrac{7-x}{6}$ (giờ)

Ta có: $F'(x)=\dfrac{x}{4\sqrt{x^2+25}}-\dfrac{1}{6}=0 \Leftrightarrow x=2\sqrt{5}$ (km)

Hàm số $F(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x=2\sqrt{5}$ do đó $BM=x=2\sqrt{5}\approx 4,5$ (km).

Câu 39. **[2D2-4.8-4]** Một anh sinh viên được gia định gởi vào số tiết kiệm ngân hàng số tiền là $8\,000\,000$ đồng với lãi suất $0,9\%$ / tháng. Nếu mỗi tháng anh sinh viên đó rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trã lãi thì hàng tháng anh ta rút ra bao nhiêu tiền (làm tròn đến 1000 đồng) để sau đúng 5 năm sẻ vừa hết số tiền cả vốn lẫn lãi?

A. 180000 đồng. **B.** 171000 đồng. **C.** 173000 đồng. **D.** 175000 đồng.

Lời giải

Chọn C

Gọi N là số tiền gốc gửi vào sổ tiết kiệm, lãi suất là r, A là số tiền hàng tháng mà anh ta rút ra. Ta có:

Sau tháng thứ 1 số tiền trong sổ còn lại là: $N+Nr-A=N(r+1)-A$.

Sau tháng thứ 2 số tiền trong sổ còn lại là:

$\left[N(r+1)-A\right]+\left[N(r+1)-A\right]r-A=N(r+1)^2-A\left[(r+1)+1\right]$.

Sau tháng thứ 3 số tiền trong sổ còn lại là:

$N(r+1)^2-A\left[(r+1)+1\right]+\left(N(r+1)^2-A\left[(r+1)+1\right]\right)r-A$

$=N(r+1)^3-A\left[(r+1)^2+(r+1)+1\right]$.

....

Sau tháng thứ n số tiền trong sổ còn lại là:

$T_n=N(r+1)^n-A\left[(r+1)^{n-1}+(r+1)^{n-2}+...+(r+1)+1\right]=N(r+1)^n-\dfrac{A}{r}\left[(r+1)^n-1\right]$.

Nếu sau tháng thứ n số tiền trong sổ anh ta vừa hết thì $T_n=N(r+1)^n-\dfrac{A}{r}\left[(r+1)^n-1\right]=0 \Leftrightarrow A=\dfrac{Nr(r+1)^n}{(r+1)^n-1}$.

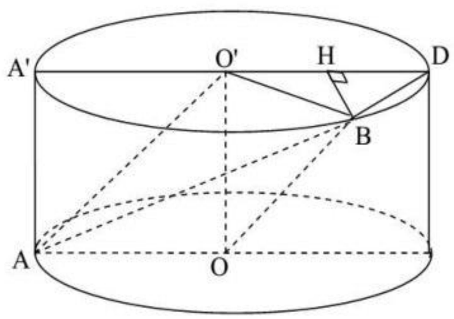
Vậy sau đúng 5 năm hay 60 tháng, anh ta rút hết số tiền trong sổ tiết kiệm thì số tiền hàng tháng anh ta rút là $A=\dfrac{8\,000\,000.0,009.1,009^{60}}{1,009^{60}-1}\approx 173000$ (đồng).

Câu 40. **[2H2-2.3-4]** Cho hình trụ có các đáy là 2 hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB=2a$. Thể tích khối tứ diện $OO'AB$ theo a là

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ đường sinh AA'. Gọi D là điểm đối xứng với A' qua O' và H là hình chiếu của B trên đường thẳng $A'D$.

Do $BH \perp A'D$, $BH \perp AA' \Rightarrow BH \perp \left(AOO'A'\right)$.

$A'B = \sqrt{AB^2 - A'A^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow BD = \sqrt{A'D^2 - A'B^2} = a$.

$\Delta O'BD$ đều nên $BH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$S_{\Delta AOO'} = \dfrac{a^2}{2}$. Suy ra thể tích khối tứ diện $OO'AB$ là: $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

PHẦN II : PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. **[2D1-2.9-3]** Tìm m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - (m-2)x^2 + (m+4)x + 2m - 6$ có cực đại và cực tiểu với hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 30$.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2(m-2)x + m + 4$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - 2(m-2)x + m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 5m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 5 \end{array}\right.$.

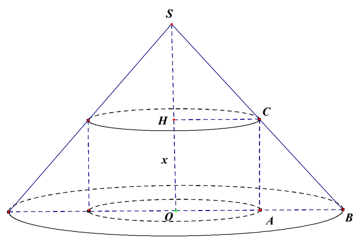
Ta có $x_1 + x_2 = 2(m-2)$, $x_1.x_2 = m + 4$.

$x_1^2 + x_2^2 = 30 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 = 30 \Leftrightarrow 4(m-2)^2 - 2(m+4) = 30 \Leftrightarrow 2m^2 - 9m - 11 = 0$

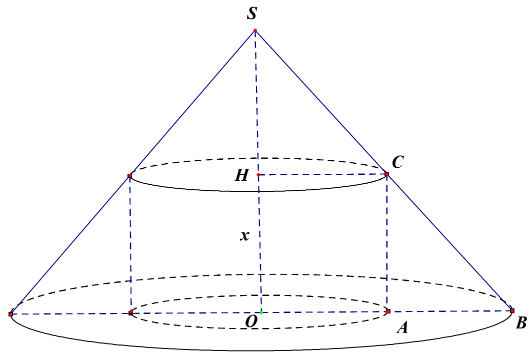
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \ (\text{tm}) \\ m = \dfrac{11}{2} \ (\text{tm}) \end{array}\right.$.

Vậy $m = -1$ hoặc $m = \dfrac{11}{2}$ thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 2. **[2H2-4.2-4]** Một nóc nhà cao tầng có dạng một hình nón. Người ta muốn xây một bể có dạng hình trụ nội tiếp trong hình nón để chứa nước (như hình vẽ minh họa). Cho biết $SO = h$; $OB = R$ và $OH = x$, $(0 < x < h)$. Tìm x để hình trụ tạo ra có thể tích lớn nhất.



Lời giải



Ta có $\Delta SHC \backsim SOB$ nên $\frac{SH}{SO} = \frac{HC}{OB} \Rightarrow \frac{h-x}{h} = \frac{HC}{R} \Rightarrow HC = \frac{R(h-x)}{h}$.

Suy ra thể tích khối trụ là:

$V = \pi.HC^2.OH = \frac{\pi(h-x)^2 R^2 x}{h^2} = \frac{\pi R^2}{2h^2}.(h-x)(h-x)2x \le \frac{\pi R^2}{2h^2}.\frac{8h^3}{27} = \frac{4\pi hR^2}{27}$.

Do đó khối trụ lớn nhất bằng $\frac{4\pi hR^2}{27}$ đạt được khi $h-x=2x \Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

Vậy, $x=\frac{h}{3}$ thì khối trụ có thể tích lớn nhất.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.B	4.C	5.B	6.A	7.C	8.C	9.A	10.D
11.D	12.B	13.B	14.B	15.D	16.A	17.C	18.B	19.D	20.C
21.D	22.C	23.C	24.C	25.B	26.D	27.B	28.A	29.C	30.B
31.A	32.C	33.A	34.B	35.A	36.D	37.A	38.C	39.C	40.C

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 09

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-1.5-1]** Hàm số nào trong các hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+2x^2+10x$. **B.** $y=7x^4+3x^2$. **C.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\tan x$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $y'=3x^2+4x+10>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. **[2H1-3.5-1]** Cho khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $2\sqrt{3}$m. Tìm thể tích V của khối lập phương đó.

A. $24\sqrt{3}m^3$. **B.** $12m^3$. **C.** $8m^3$. **D.** $27m^3$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi độ dài cạnh của khối lập phương là a. Khi đó độ dài đường chéo khối lập phương là $a\sqrt{3}$ .Yêu cầu bài toán $a\sqrt{3}=2\sqrt{3}\Leftrightarrow a=2\Leftrightarrow V=a^3=8(m^3)$.

Câu 3. **[2D2-4.0-1]** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số $y=\log_a x$ với $a>1$ là hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số $y=\log_a x$ $(0<a\neq 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_{\frac{1}{a}} x$ $(0<a\neq 1)$ đối xứng nhau qua trục hoành.

Lời giải

Chọn D.

A sai vì với $a>1$ hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

B sai vì tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)$.

C sai vì với $0<a<1$ hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

D đúng nên ta chọn. **D.**

Câu 4. **[2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Chọn phát biểu **sai**?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-4$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-4$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 5. **[2D1-4.4-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{3x+6}$ có đồ thị (C). Khẳng định nào là **sai**?

A. (C) có tiệm cận đứng $x=-2$..

B. (C) đi qua điểm $A\left(1;\dfrac{1}{9}\right)$..

C. (C) có tâm đối xứng $I\left(-2;\dfrac{2}{3}\right)$..

D. (C) có tiệm cận ngang $y=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{2}{3}, \lim\limits_{x\to-\infty}=\dfrac{2}{3}\\ \lim\limits_{x\to-2^+} y=-\infty, \lim\limits_{x\to-2^-} y=+\infty\end{cases}$ $\Rightarrow$ phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang đồ thị (C) lần lượt là $x=-2, y=\dfrac{2}{3}\Rightarrow I\left(-2;\dfrac{2}{3}\right)$ là tâm đối xứng của $(C)\Rightarrow$ A, C, D đúng.

Câu 6. **[2D2-4.1-1]** Hàm số $y=\ln\left(-x^2+5x-6\right)$ có tập xác định là

A. $D=(2;3)$..

B. $D=(0;+\infty)$..

C. $D=(-\infty;0)$..

D. $D=(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số logarit xác định khi $-x^2+5x-6>0\Leftrightarrow 2<x<3$.

Câu 7. **[2D2-3.2-1]** Cho a,b,c là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\log_a(b.c)=\log_a b.\log_a c$.

B. $\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right)=\log_a b-\log_a c$.

C. $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b$.

D. $a^{\log_a b}=\mathrm{b}$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 8. **[2H1-2.1-1]** Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình chữ nhật có $AB=a$, $AD=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Thể tích khối chóp là

A. $\dfrac{2a^3}{3}$.

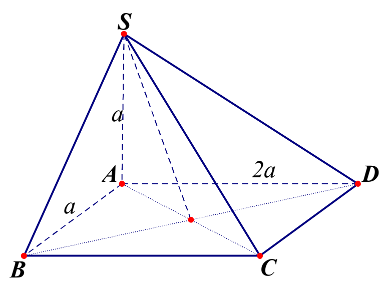
B. $\dfrac{a^3}{3}$.

C. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



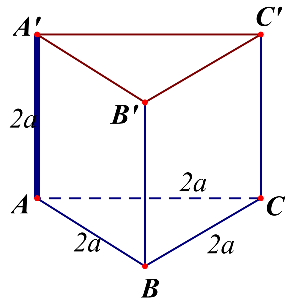
Thể tích $V=\frac{1}{3}AB.AD.SA=\frac{1}{3}.a.2a.a=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 9. **[2H1-3.2-1]** Thể tích khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ là

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Diện tích đáy $S_{ABC}=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $V=S_{ABC}.AA'=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 10. **[2D2-6.1-1]** Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)=3$ là

A. $\{7\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{-9\}$. **D.** $\{8\}$.

Lời giải

Chọn A.

PT $\Leftrightarrow x+1=2^3 \Leftrightarrow x=7$.

Câu 11. **[2D1-6.1-2]** Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+4$ và đồ thị hàm số $y=2x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-3x^2+4=2x+1$ có 3 nghiệm phân biệt, nên hai đồ thị có 3 điểm chung.

Câu 12. **[2D1-1.2-2]** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây?

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\frac{23}{27}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=x^3+x^2-1$. **B.** $y=-x^3-x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=x^3+x^2+1$.

Lời giải

Chọn A.

Các đáp án đều là hàm số bậc 3 có dạng chung $y=ax^3+bx^2+cx+d$

Từ chiều biến thiên ta có $a>0$, y' có 2 nghiệm phân biệt, thay $x=-\frac{2}{3}$ suy ra $y'\left(-\frac{2}{3}\right)=0$ và $y\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{23}{27}$; thay $x=0$ suy ra $y'(0)=0$ và $y(0)=-1$.

Câu 13. **[2D2-6.3-2]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}^2(2x)-2\log_2(4x^2)-8\le 0$.

A. $S=\left[\frac{1}{4};2\right]$. **B.** $S=(-\infty;2]$. **C.** $S=[-2;2]$. **D.** $S=(0;2]$.

Lời giải

Chọn A.

BPT $\Leftrightarrow 4\log_2^2(2x)-4\log_2(2x)-8\le 0 \Leftrightarrow -1\le \log_2(2x)\le 2 \Leftrightarrow 2^{-1}\le 2x\le 2^2 \Leftrightarrow \frac{1}{4}\le x\le 2$.

Câu 14. **[2D2-1.2-2]** Cho biểu thức $P=\sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt[5]{x^4\sqrt{x}}}}$ với $x>0$. Biểu thức được đưa về lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $P=x^{\frac{59}{60}}$. **B.** $P=x^{\frac{57}{60}}$. **C.** $P=x^{\frac{61}{60}}$. **D.** $P=x^{\frac{60}{59}}$.

Lời giải

Chọn A.

$P=x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{2}{15}}x^{\frac{1}{60}}=x^{\frac{59}{60}}$.

Câu 15. **[2D1-2.4-2]** Cho hàm số $y=-x^4+3x^2-1$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A.

$D=\mathbb{R}$, $y'=4x^3+6x$, $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\sqrt{6}}{2} \\ x=0 \\ x=\frac{\sqrt{6}}{2} \end{array}\right.$,

BBT:

x	$-\infty$		$-\sqrt{6}$		0		$\sqrt{6}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$CĐ$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 16. **[2D2-3.3-2]** Nếu $a=\log_{15}3$ thì

A. $\log_{25}15=\frac{3}{5(1-a)}$. **B.** $\log_{25}15=\frac{5}{3(1-a)}$. **C.** $\log_{25}15=\frac{1}{2(1-a)}$. **D.** $\log_{25}15=\frac{1}{5(1-a)}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log_{15}3 = a \Leftrightarrow \log_3 15 = \frac{1}{a} \Leftrightarrow \log_3(5.3) = \frac{1}{a} \Leftrightarrow \log_3 5 = \frac{1-a}{a}$

Mặt khác ta có $\log_{25}15 = \frac{\log_3 15}{\log_3 25} = \frac{1+\log_3 5}{2\log_3 5} = \frac{1}{2(1-a)}$.

Câu 17. **[2D2-4.2-2]** Đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ bằng

A. $\frac{4}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}$. **B.** $e^x + e^{-x}$. **C.** $\frac{2\left(e^{2x}+e^{-2x}\right)}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}$. **D.** $\frac{-5}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \Rightarrow y' = \frac{\left(e^x+e^{-x}\right)^2 - \left(e^x - e^{-x}\right)^2}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2} = \frac{4}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}.$$

Câu 18. **[2D2-6.1-2]** Bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$ có nghiệm là

A. $x > \frac{10}{3}$. **B.** $\frac{1}{3} < x < 3$. **C.** $x < 3$. **D.** $x > 3$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x > \frac{1}{3}$

$\log_2(3x-1) > 3 \Leftrightarrow 3x - 1 > 8 \Leftrightarrow x > 3$.

Câu 19. **[2D2-5.3-2]** Nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$ là

A. $-4 < x < -1$. **B.** $\frac{1}{16} < x < \frac{1}{2}$. **C.** $2 < x < 4$. **D.** $1 < x < 4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{16} < 2^x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow -4 < x < -1$.

Câu 20. **[2D2-5.3-2]** Số nghiệm của phương trình $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$ là:

A. 0. **B.** 1 . **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

$$2^{2+x} - 2^{2-x} = 15 \Leftrightarrow 4.2^{2x} - 15.2^x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 4 \\ 2^x = -\frac{1}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 21. **[2D2-6.3-2]** Số nghiệm của phương trình $\left(\log_2 4x\right)^2 - 3\log_{\sqrt{2}} x - 7 = 0$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D=(0;+\infty)$

$(\log_2 4x)^2-3\log_{\sqrt{2}}x-7=0\Leftrightarrow(\log_2 x+2)^2-6\log_2 x-7=0\Leftrightarrow\log_2^2 x-2\log_2 x-3=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=3\\ \log_2 x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=8\\ x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Câu 22. **[2D2-4.3-2]** Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y=x-\ln x$ trên $\left[\dfrac{1}{2};e\right]$ theo thứ tự là:

A. 1 và $\dfrac{1}{2}+\ln 2$. **B.** $\dfrac{1}{2}$ và e. **C.** $\dfrac{1}{2}+\ln 2$ và $e-1$. **D.** 1 và $e-1$.

Lời giải

Chọn D.

$y'=1-\dfrac{1}{x}=0\Leftrightarrow x=1$.

$y\left(\dfrac{1}{2}\right)=\ln 2+\dfrac{1}{2}$; $y(1)=1$; $y(e)=e-1$.

Câu 23. **[2D1-2.2-2]** Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có cực trị?

A. $y=x^3-x^2$. **B.** $y=-x^3+x^2$. **C.** $y=-x^3-x$. **D.** $y=x^3+x^2-1$.

Lời giải

Chọn C.

$y=x^3-x^2$ có $y'=3x^2-2x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2}{3}\\ x=0\end{array}\right.\Rightarrow y'$ đổi dấu $\Rightarrow$ Hàm số có cực trị.

$y=-x^3+x^2$ có $y'=-3x^2+2x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.\Rightarrow y'$ đổi dấu $\Rightarrow$ Hàm số có cực trị.

$y=-x^3-x$ có $y'=-3x^2-1$, $y'=0$ vô nghiệm. Vậy hàm số không có cực trị.

$y=x^3+x^2-1$ có $y'=3x^2+2x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-\dfrac{2}{3}\end{array}\right.\Rightarrow y'$ đổi dấu $\Rightarrow$ Hàm số có cực trị.

Câu 24. **[2D1-7.1-2]** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+1$, có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm $A(3;1)$.

A. $y=20-9x$. **B.** $9x+y-28=0$. **C.** $y=9x+20$. **D.** $9x-y+28=0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y'=-3x^2+6x\Rightarrow k=y'(3)=-9$. Phương trình tiếp tuyến

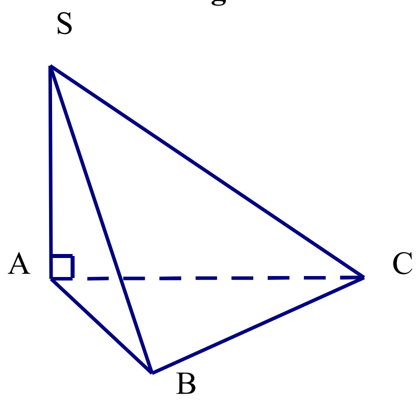
$y=-9(x-3)+1\Leftrightarrow 9x+y-28=0$.

Câu 25. **[2H1-2.1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích V khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



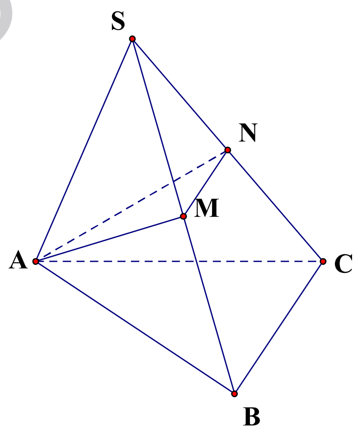
$V = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.BC.SA = \frac{a^3}{3}$.

Câu 26. **[2H1-2.5-2]** Cho hình chóp $SABC$. Gọi $M;N$ lần lượt là trung điểm $SB;SC$. Khi đó $\frac{V_{SABC}}{V_{SAMN}}$ là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.



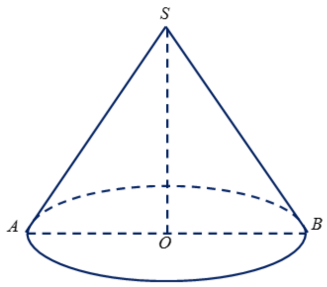
$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AMN}} = \frac{SB}{SM}.\frac{SC}{SN} = 4$.

Câu 27. **[2H2-1.2-2]** Một hình nón có đường cao $h = 20\,\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\,\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $S_{xq} = 5\pi\sqrt{41}$. **B.** $S_{xq} = 25\pi\sqrt{41}$. **C.** $S_{xq} = 50\pi\sqrt{41}$. **D.** $S_{xq} = 125\pi\sqrt{41}$.

Lời giải

Chọn D.



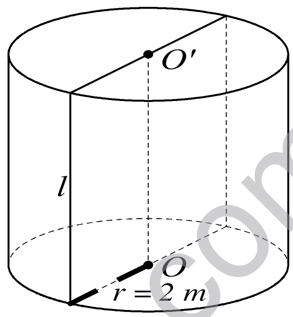
$l=\sqrt{h^2+r^2}=5\sqrt{41}\Rightarrow S_{xq}=\pi rl=125\pi\sqrt{41}$.

Câu 28. **[2H2-2.1-2]** Một hình trụ có diện tích đáy bằng $4\pi\left(m^2\right)$. Khoảng cách giữa trục và đường sinh của mặt xung quanh hình trụ đó bằng

A. $2m$. **B.** $3m$. **C.** $4m$. **D.** $1m$.

Lời giải

Chọn A.



Khoảng cách giữa trục và đường sinh bằng bán kính đường tròn đáy

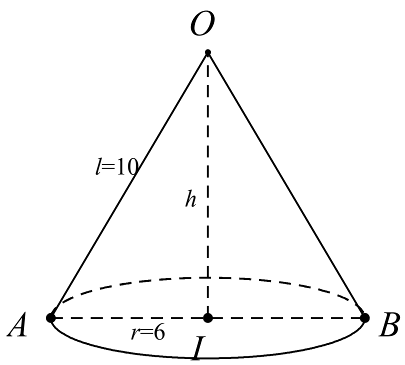
GT: diện tích đáy bằng $4\pi\left(m^2\right)\Rightarrow\pi r^2=4\pi\Leftrightarrow r=2(m)$.

Câu 29. **[2H2-1.3-2]** Thể tích V của khối nón có đường sinh bằng 10 và bán kính đáy bằng 6 là

A. $V=96\pi$. **B.** $V=360\pi$. **C.** $V=288\pi$. **D.** $V=60\pi$.

Lời giải

Chọn A.



Chiều cao $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

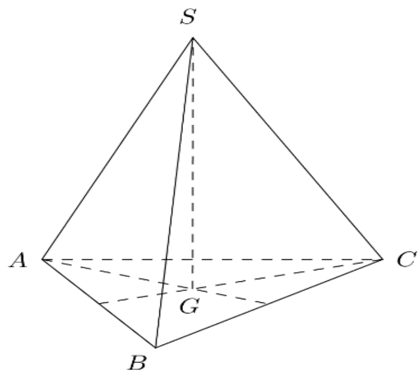
Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}S_đ.h=\frac{1}{3}\pi r^2.h=96\pi$.

Câu 30. **[2H1-2.3-2]** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi G là trọng tâm ΔABC

$\Rightarrow AG=\frac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\frac{a}{2}\Rightarrow V=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 31. **[2D1-1.5-3]** Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y=x^3+3mx^2-4mx+4$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$.

A. $0\le m\le\frac{4}{3}$. **B.** $-\frac{4}{3}\le m\le 0$. **C.** $0\le m\le\frac{3}{4}$. **D.** $-\frac{3}{4}\le m\le 0$.

Lời giải

Chọn B.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'_{y'}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ (3m)^2-3.(-4m)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -\frac{4}{3}\le m\le 0$.

Câu 32. **[2D1-3.4-3]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x-m^2-m}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2 khi m là:

A. $m=-2$ và $m=1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$ và $m=-1$. **D.** $m=-2$

Lời giải

Chọn A.

$y'=\frac{1+m^2+m}{(x+1)^2}>0\ \forall m\in\mathbb{R}\Rightarrow \underset{[0;1]}{\text{Min}}\,f(x)=f(0)=-m^2-m=-2\Leftrightarrow m^2+m-2=0$

$\Leftrightarrow m=-2;\ m=1$.

Câu 33. **[2D2-4.2-3]** Cho hàm số $y=\ln(2x+1)$. Tìm m để $y'(e)=2m+1$.

A. $m=\frac{1+2e}{4e-2}$. **B.** $m=\frac{1+2e}{4e+2}$. **C.** $m=\frac{1-2e}{4e+2}$. **D.** $m=\frac{1-2e}{4e-2}$.

Lời giải

Chọn C.

$y' = \dfrac{2}{2x+1}$

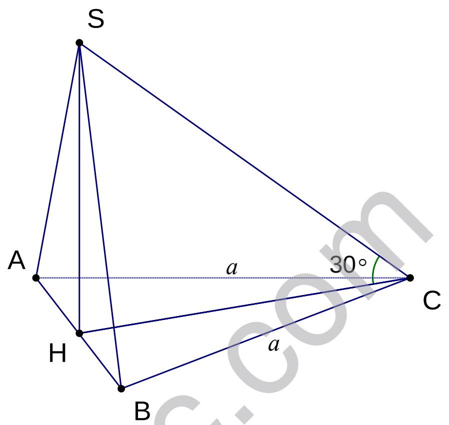
$y'(e) = 2m+1 \Leftrightarrow \dfrac{2}{2e+1} = 2m+1 \Leftrightarrow 2m = \dfrac{2}{2e+1} - 1 = \dfrac{-2e+1}{2e+1} \Leftrightarrow m = \dfrac{1-2e}{4e+2}$.

Câu 34. **[2H1-2.2-3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB đều cạnh a, tam giác ABC cân tại C. Hình chiếu của S lên (ABC) là trung điểm của cạnh AB; góc hợp bởi cạnh SC và mặt đáy là 30^o. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ tính theo a là

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn D.



$S_{SAB} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là trung điểm AB.

$\left.\begin{array}{l} CH \perp AB \\ CH \perp SH \text{ (vì } SH \perp (ABC) \supset CH) \end{array}\right\} \Rightarrow CH \perp (SAB)$.

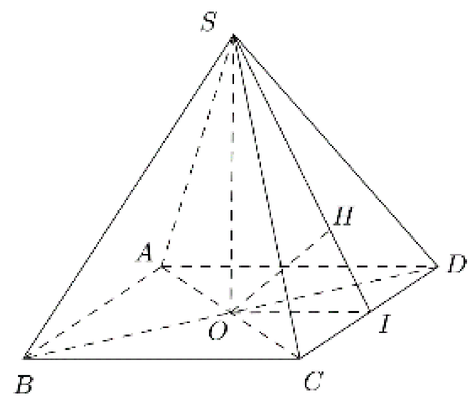
$\tan 30^o = \dfrac{SH}{HC} \Rightarrow HC = \dfrac{SH}{\tan 30^o} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \dfrac{3a}{2}$.

$V_{SABC} = \dfrac{1}{3} S_{SAB}.HC = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{3a}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 35. **[2H1-2.3-3]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60^0. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC).

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{42}}{14}$.

Lời giải



Chọn D.

$\left(SC;\left(ABCD\right)\right)=\widehat{SCO}=60^0$, $OC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow SO=OC\tan 60^0=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

Gọi I là trung điểm BC, kẻ $OH\perp SI$ tại H

$\Rightarrow OH\perp\left(SBC\right)\Rightarrow d\left(O;\left(SBC\right)\right)=OH$

$\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OI^2}+\dfrac{1}{SO^2}\Rightarrow OH=\dfrac{\sqrt{42}}{14}$.

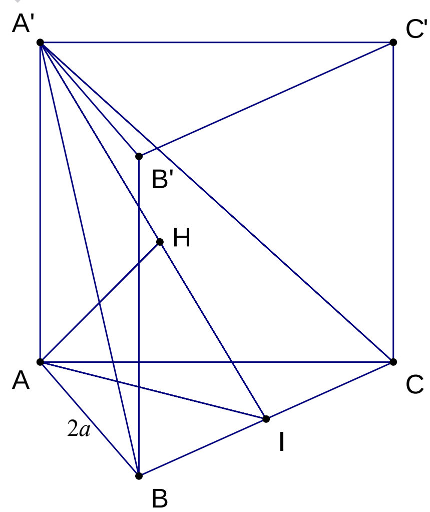
Câu 36. **[2H1-3.2-4]** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó thể tích V của lăng trụ bằng

A. $V=a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi I là trung điểm BC. H là hình chiếu của A lên $A'I$.



$\left.\begin{matrix} AI \perp BC \\ AA' \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (AA'I) \Rightarrow (A'BC) \perp (AA'I)$ theo giao tuyến $A'I$

$AH \perp A'I;\ AH \subset (AA'I)$

$\Rightarrow AH \perp (A'BC)$

$\Rightarrow d(A;(A'BC)) = AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

$\Delta A'AI$ vuông tại A:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AA'^2} 3. \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2} \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}$$

$$V = S_{ABC}.AA' = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = 3a^3.$$

Câu 37. **[2D2-6.9-4]** Tìm m để bất phương trình $m.9^x - (2m+1)6^x + m.4^x \le 0$ có nghiệm với mọi $x \in [0;1]$.

A. $m \ge -6$. **B.** $-6 \le m \le -4$. **C.** $m \ge -4$. **D.** $m \le 6$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $f(0) = -1;\ f(1) = m - 6\ \left(f(x) = m.9^x - (2m+1).6^x + m.4^x\right)$

Để bất phương trình có nghiệm trong đoạn $[0;1] \Leftrightarrow \underset{[0;1]}{Max}\, f(x) \le 0 \Leftrightarrow m - 6 \le 0 \Leftrightarrow m \le 6$

Ta chọn đáp án D.

Câu 38. **[2D1-6.4-4]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (m+1)x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có tổng bình phương các hoành độ bằng 8.

A. $m = -1 + 2\sqrt{2}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - (m+1)x^2 + m = 0$.

Số giao điểm của đồ thị hàm số và Ox là số nghiệm của phương trình trên.

Để đồ thị hàm số cắt Ox tại 4 điểm phân biệt có tổng bình phương các hoành độ bằng 8

$\Leftrightarrow t^2 - (m+1)t + m = 0\ \left(t = x^2\right)$ có 2 nghiệm dương phân biệt có tổng là 4

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \\ t_1 + t_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - 4m > 0 \\ m + 1 > 0 \\ m > 0 \\ S = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 > 0 \\ m > -1 \\ m > 0 \\ m + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne 1 \\ m > 0 \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$

Câu 39. **[2D1-6.9-4]** Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 - 3x + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + 1$. Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, $B(0;1)$ và C sao cho $AC = 5\sqrt{2}$.

A. $0 < m < 2$.　　**B.** $m = 0$ hoặc $m = -2$.
C. $-2 < m < 0$.　　**D.** $m = 2$ hoặc $m = -2$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3(m+1)x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 3(m+1)x - 4 = 0\ (1) \end{array}\right.$$

Số giao điểm của 2 đồ thị hàm số là số nghiệm của phương trình trên.

Để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(0) \neq 0\ \left(g(x) = x^2 - 3(m+1)x - 4\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(m+1)^2 + 16 > 0 \\ -4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}.$$

Theo Viet, ta có: $S = 3(m+1)$; $P = -4$

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Ta có

$$AC = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{2(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{2(S^2 - 4P)} = \sqrt{2(9m^2 + 18m + 25)}.$$

$$AC = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2(9m^2 + 18m + 25)} = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow 9m^2 + 18m + 25 = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -2 \end{array}\right..$$

Câu 40. **[2D1-6.0-4]** Đường thẳng d đi qua $I(1;3)$ và có hệ số góc k cắt trục hoành tại điểm A và trục tung tại điểm B (hoành độ của điểm A và tung độ của điểm B là những số dương). Diện tích tam giác OAB nhỏ nhất khi k bằng:

A. -1.　　**B.** -2.　　**C.** -3.　　**D.** -4.

Lời giải

Chọn C

$d: y = k(x-1) + 3 \Leftrightarrow y = kx - k + 3$.

Vì $x_A, y_B > 0 \Rightarrow \begin{cases} 3 - k > 0 \\ \dfrac{k-3}{k} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < 3 \\ k < 0 \end{cases} \Leftrightarrow k < 0$.

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}x_A.y_B = \frac{1}{2}(3-k).\frac{k-3}{k} = \frac{-k^2 + 6k - 9}{2k} = -\frac{k}{2} + 3 - \frac{9}{2k}.$$

$$S'_{OAB} = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2k^2} = 0 \Leftrightarrow k^2 = 9 \Leftrightarrow k = \pm 3 \Rightarrow k = -3\ (do\ k < 0)$$

$$\underset{k<0}{Min}\, S_{OAB} = 6 \Leftrightarrow k = -3$$

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. **[2D2-5.7-3]** Xác định m để phương trình $9^x - 2.3^x + 2 = m$ có hai nghiệm phân biệt ?

Lời giải

Đặt $t = 3^x$, đk $t > 0$. Nếu có một giá trị $t > 0$ tương ứng sẽ có một giá trị x

PT đã cho trở thành $t^2 - 2t + 2 = m \ (2), (t > 0)$

Đặt $f(t) = t^2 - 2t + 2$, $f'(t) = 2t - 2$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

BBT

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	2	↘	1	↗	$+\infty$

PT (2) có 2 nghiệm phân biệt khi $1 < m < 2$.

Câu 2. **[2H1-3.6-4]** Nhân ngày phụ nữ Việt Nam 20/10 năm 2017, ông A quyết định mua tặng vợ một món quà và đặt nó vào trong một chiếc hộp có thể tích là $32\ (đvtt)$ có đáy hình vuông và không có nắp. Để món quà trở nên thật đặc biệt và xứng đáng với giá trị của nó ông quyết định mạ vàng cho chiếc hộp, biết rằng độ dày lớp mạ tại mọi điểm trên hộp là như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là $h; x$. Giá trị của $h; x$ bằng bao nhiêu để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất

Lời giải

$V = hx^2 = 32 \Rightarrow h = \dfrac{32}{x^2}\ (x > 0)$ (Hình vẽ thầy)

Để lượng vàng trên hộp nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $f(x) = S_{xq} + S_{day}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow f(x) = 4xh + x^2$ nhỏ nhất

Ta có $f(x) = 4xh + x^2 = \dfrac{128}{x} + x^2$

$f'(x) = 2x - \dfrac{128}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow Min\ f(x) = 48 \Leftrightarrow x = 4; h = 2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.D	4.A	5.B	6.A	7.A	8.A	9.A	10.A
11.A	12.A	13.A	14.A	15.A	16.C	17.A	18.D	19.A	20.C
21.C	22.D	23.C	24.B	25.C	26.D	27.D	28.A	29.A	30.C
31.B	32.A	33.C	34.D	35.D	36.B	37.D	38.C	39.B	40.C

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 10

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-1.4-2]** Khoảng đồng biến của hàm số $y=-x^3+3x^2+9x+4$ là:

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

$y'=-3x^2+6x+9; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$. Suy ra $y'>0, \forall x \in (-1;3)$.

Câu 2. **[2D1-1.5-3]** Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y=(m-1)x^3-mx^2+2x+1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $3-\sqrt{3}<m<1$. **B.** $1<m<3+\sqrt{3}$.

C. $\forall m \in \mathbb{R}$. **D.** $3-\sqrt{3}<m<3+\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số nghịch biến trên R thì $f'(x) \le 0, x \in \mathbb{R}$

Ta có $y'=3(m-1)x^2-2mx+2$

$f'(x) \le 0, x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3(m-1)x^2-2mx+2 \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1<0 \\ \Delta'=m^2-6(m-1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ 3-\sqrt{3} \le m \le 3+\sqrt{3} \end{cases}$

$\Rightarrow 3-\sqrt{3} \le m < 1$.

Câu 3. **[2D1-2.6-1]** Cho hàm số $y=-x^4-3x^2+1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Một cực đại và 2 cực tiểu. **B.** Một cực tiểu và 2 cực đại.

C. Một cực đại duy nhất. **D.** Một cực tiểu duy nhất.

Lời giải

Chọn C

$y=-x^4-3x^2+1 \Rightarrow y'=-4x^3-6x=-x(4x^2+6)$

$y'=0 \Leftrightarrow x=0$ và đổi dấu từ + sang – (dựa vào bảng biến thiên).=> Hàm số có 1 cực đại duy nhất.

Câu 4. **[2D1-2.7-2]** Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ chỉ có một cực trị?

A. $m \ge 1$. **B.** $m \le 0$. **C.** $0 \le m \le 1$. **D.** $m \le 0 \vee m \ge 1$.

Lời giải

Chọn D

$y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m \Rightarrow y'=4mx^3+2(m-1)x=2x(2mx^2+m-1)$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2mx^2+m-1=0 \, (2) \end{array}\right.$

Hàm số chỉ có một cực trị $\Leftrightarrow (2)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$\Leftrightarrow \Delta \le 0 \Leftrightarrow -2m(m-1) \le 0 \Leftrightarrow m \le 0 \vee m \ge 1$.

Câu 5. **[2D1-2.14-4]** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm.

A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$. Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > 0$

Khi đó gọi $A(0;1;-m); B(\sqrt{m};1-2m); C(-\sqrt{m};1-2m)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số

Ta có: $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AC} = (\sqrt{m};1-2m).(-\sqrt{m};-m) = 0 \Leftrightarrow m + (1-2m)m = 0 \Rightarrow m = 1$.

Câu 6. **[2D1-3.2-1]** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 6$ trên $[-4;4]$.

A. $\underset{[-4;4]}{Min} f(x) = 21$. **B.** $\underset{[-4;4]}{Min} f(x) = -14$. **C.** $\underset{[-4;4]}{Min} f(x) = 11$. **D.** $\underset{[-4;4]}{Min} f(x) = -70$.

Lời giải

Chọn D

Đây là một câu hỏi dễ lấy điểm. Để tìm được GTNN của hàm số trên đoạn $[-4;4]$ ta giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$. Ta lần lượt so sánh $f(-4), f(4)$, $f(-1), f(3)$ thì thấy $f(-4) = -70$ là nhỏ nhất. Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 7. **[2D1-3.4-2]** Tìm GTNN m của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2};5\right]$.

A. $m = -\frac{5}{2}$. **B.** $m = \frac{1}{5}$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = -2$.

Lời giải

Chọn C

$y = x - 5 + \frac{1}{x} \Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 (L) \\ x = 1 \end{array}\right.$

Ta có: $f(1) = -3; f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}; f(5) = \frac{1}{5}$

Vậy GTNN của hàm số bằng $m = -3$.

Câu 8. **[2D1-3.14-4]** Một xe buýt của hãng xe A có sức chứa tối đa là 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là: $20\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 3.200.000 đồng.

B. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 45 hành khách.

C. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 2.700.000 đồng.

D. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 50 hành khách.

Lời giải

Chọn A

Số tiền của chuyến xe buýt chở x hành khách là:

$$f(x)=20x.\left(3-\frac{x}{40}\right)^2=20\left(9x-\frac{3x^2}{20}+\frac{x^3}{1600}\right)(0<x\le 50)$$

$$f(x)=20\left(9-\frac{3x}{10}+\frac{3x^2}{1600}\right)\Leftrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=40\\x=120\end{array}\right.\Rightarrow \max_{(0;50]} f(x)=f(40)=3200000$$

Vậy: một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng: 3.200.000(đồng).

Câu 9. **[2D1-4.4-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{3x+1}{2x-1}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{2}$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y=\dfrac{1}{2}$.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{1}{2}$ và tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 10. **[2D1-4.6-2]** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: Khi $x\to 1$ hoặc $x\to -1$ thì $y\to\infty$ nên ta có thể thấy ngay $x=1; x=-1$ là hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

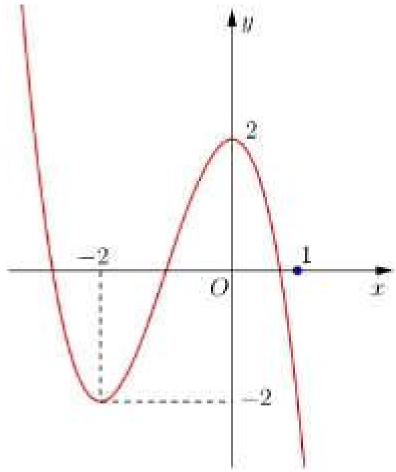
Ngoài ra ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}=\dfrac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}=1$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{-x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}=\frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}=-1$$

Như vậy $y=1$ và $y=-1$ là hai tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đáp án là có 4 tiệm cận.

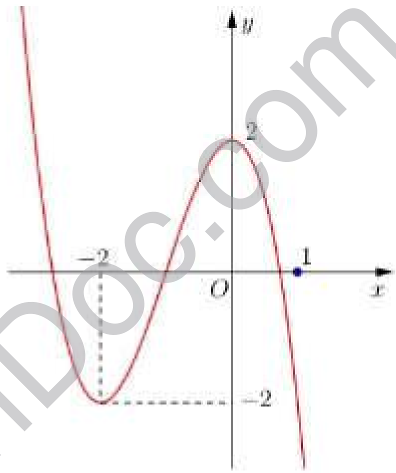
Câu 11. **[2D1-5.2-1]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x^2+2$.   **B.** $y=-x^3+3x^2+2$.
C. $y=x^3-3x^2+2$.   **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải

Chọn A



Dựa vào đồ thị và đáp án ta thấy

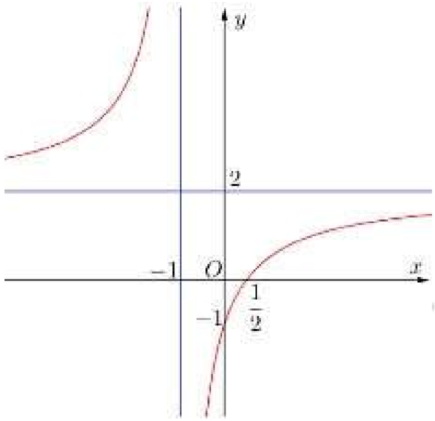
$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty \end{cases}.$$

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=-2, x=0$.

Đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ $(-2;-2),(0;2)$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

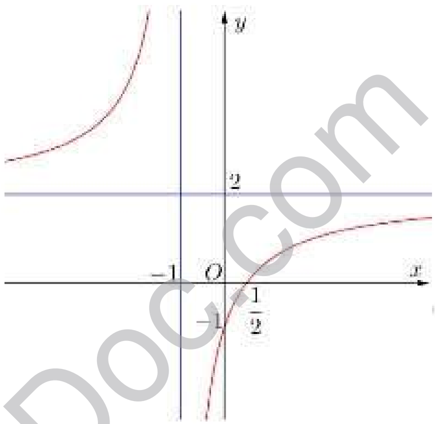
Câu 12. **[2D1-5.2-2]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x=-1, y=2$.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ $(0;-1),\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.

Câu 13. **[2D1-7.1-2]** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{2}{3}x^3-x^2+1$ tại điểm có hoành độ x_0 là nghiệm của phương trình $f''(x_0)=10$.

A. $y=12x-23$. **B.** $y=12x-24$. **C.** $y=12x-25$. **D.** $y=12x-26$.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=2x^2-2x;\ f''(x)=4x-2$

Theo đề bài, ta có: $f''(x_0)=10 \Leftrightarrow 4x_0-2=10 \Leftrightarrow x_0=3$

Với $x_0=3 \Rightarrow f(3)=10; f'(3)=12$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(3;10)$ là $y=12x-26$.

Câu 14. **[2D1-6.1-2]** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+2x-1$ và đồ thị của hàm số $y=x^2-2x-1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $-x^3+3x^2+2x-1=x^2-2x-1$

$\Leftrightarrow -x^3+2x^2+4x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-2x-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1+\sqrt{5} \\ x=1-\sqrt{5} \end{array}\right.\Rightarrow$ hai đồ thị có 3 điểm chung.

Câu 15. **[2D1-6.8-4]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}(C)$. Tìm các giá trị m để đường thẳng $d: y=x+m-1$ cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt A,B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $m=4\pm\sqrt{10}$. **B.** $m=2\pm\sqrt{10}$. **C.** $m=4\pm\sqrt{3}$. **D.** $m=2\pm\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$\dfrac{2x+1}{x+1}=x+m-1 \Leftrightarrow x^2+(m-2)x+m-2=0(*)$

Vì A,B là giao điểm của (C) và d nên A,B thuộc đường thẳng d và hoành độ $x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình (*)

$A(x_1;x_1+m-1);B(x_2;x_2+m-1)\to AB=(x_1-x_2)^2+(x_2-x_1)^2=2(x_1-x_2)=2\left[(x_1+x_2)^2-4(x_1.x_2)\right]$

Theo viet: $(x_1+x_2)=2-m;(x_1x_2)=m-2$

$AB^2=12 \Leftrightarrow m=4\pm\sqrt{10}$.

Câu 16. **[2D2-1.2-1]** Rút gọn biểu thức $P=\sqrt{x\sqrt[3]{x}\sqrt[6]{x}}$ với $x>0$.

A. $P=x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $P=\sqrt{x}$. **C.** $P=\sqrt[3]{x}$. **D.** $P=x^{\frac{5}{6}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P=\sqrt{x\sqrt[3]{x}\sqrt[6]{x}}=\left(x.x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}=x^{\frac{5}{6}}$.

Câu 17. **[2D2-1.2-2]** Rút gọn $P=\dfrac{a^{\sqrt{7}+1}.a^{2-\sqrt{7}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$, với $a>0$.

A. $P=a^4$. **B.** $P=a^3$. **C.** $P=a^5$. **D.** $P=a$.

Lời giải

Chọn C

$$P=\frac{a^{\sqrt{7}+1}.a^{2-\sqrt{7}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}=\frac{a^{\left(\sqrt{7}+1+2-\sqrt{7}\right)}}{a^{\left(\sqrt{2}-2\right)\left(\sqrt{2}+2\right)}}=\frac{a^3}{a^{-2}}=a^5.$$

Câu 18. **[2D2-3.2-1]** Cho hai số thực a,b thỏa mãn $e<a<b$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $\ln ab>2$. **B.** $\ln\dfrac{a}{b}>0$. **C.** $\ln b>\ln a$. **D.** $\log_a e+\log_b e<2$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\frac{a}{b}<1$ nên $\ln\frac{a}{b}<\ln 1=0$.

Câu 19. **[2D2-3.3-2]** Cho $a=\log_3 2$ và $a=\log_3 5$. Tính $\log_{10} 60$ theo a,b.

A. $\frac{2a+b+1}{a+b}$. **B.** $\frac{2a+b-1}{a+b}$. **C.** $\frac{2a-b+1}{a+b}$. **D.** $\frac{a+b+1}{a+b}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{10}60=2\log_{10}2+\log_{10}3+\log_{10}5=\frac{2}{1+\log_2 5}+\frac{1}{\log_3 2+\log_3 5}+\frac{1}{1+\log_5 2}$

$=\frac{2}{1+\frac{\log_3 5}{\log_3 2}}+\frac{1}{\log_3 2+\log_3 5}+\frac{1}{1+\frac{\log_3 2}{\log_3 5}}=\frac{2}{1+\frac{b}{a}}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{1+\frac{a}{b}}=\frac{2a+b+1}{a+b}$.

Câu 20. **[2D2-3.2-1]** Với các số thực dương a,b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng?**

A. $\log(ab)=\log a+\log b$. **B.** $\log(ab)=\log a.\log b$.

C. $\log(ab)=b\log a+a\log b$. **D.** $\log(ab)=\log_b a$.

Lời giải

Chọn A

Theo qui tắc tính logarit: $\log(ab)=\log a+\log b$.

Câu 21. **[2D2-3.0-4]** Cho $x,y>0$ thỏa mãn $\log_2 x+\log_2 y\ge\log_2(x+y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2$.

A. $\min P=4$. **B.** $\min P=4\sqrt{2}$. **C.** $\min P=8$. **D.** $\min P=16$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$\log_2 x+\log_2 y\ge\log_2(x+y)\Leftrightarrow\log_2(xy)\ge\log_2(x+y)$

$\Leftrightarrow x+y\le xy\le\frac{(x+y)^2}{4}\Leftrightarrow x+y\ge 4$.

Khi đó $P=x^2+y^2\ge\frac{(x+y)^2}{2}\ge\frac{4^2}{2}=8\Rightarrow P_{\min}=8$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=y=2$.

Câu 22. **[2D2-4.1-1] Tìm t**ập xác định D của hàm số $y=f(x)=\log_3(x^2-2x)$.

A. $D=(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}/\{0;2\}$. **C.** $D=(0;2)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ $x^2-2x>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\x>2\end{array}\right.$.

Câu 23. **[2D2-4.2-2]** Cho hàm số $y=e^{2x+2016}$. Ta có $y'(\ln 3)$ bằng:

A. $e^{2016}+e$. **B.** $18.e^{2016}$. **C.** $9.e^{2016}$. **D.** $2.e^{2016}+9$.

Lời giải

Chọn B

$y' = 2.e^{2x+2016} \to y'(\ln 3) = 18.e^{2016}$.

Câu 24. **[2D2-4.2-2]** Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{\log_3 x}{x}$?

A. $y' = \dfrac{1+\log_3 x}{x^2}$. **B.** $y' = \dfrac{1+\ln x}{x^2 \ln 3}$. **C.** $y' = \dfrac{1-\log_3 x}{x^2}$. **D.** $y' = \dfrac{1-\ln x}{x^2 \ln 3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\left(\frac{\log_3 x}{x}\right)' = \frac{\frac{1}{x\ln 3}.x - \log_3 x}{x^2} = \frac{1-\ln 3.\log_3 x}{x^2 \ln 3} = \frac{1-\ln x}{x^2 \ln 3}.$$

Câu 25. **[2D2-4.9-4]** Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được quãng đường $s(t)$ (km) là hàm phụ thuộc theo biến t (giây) theo quy tắc sau: $s(t) = e^{t^2+3} + 2t.e^{3t+1}\,(km)$. Hỏi vận tốc của tên lửa sau 1 giây là bao nhiêu (biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm của hàm biểu thị quãng đường theo thời gian).

A. $5e^4$ (km/s). **B.** $3e^4$ (km/s). **C.** $9e^4$ (km/s). **D.** $10e^4$ (km/s).

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức vận tốc:

$v(t) = s'(t) = \left(e^{t^2}\right) + \left(2t.e^{3t+1}\right) = 2t.e^{t^2+3} + (6t+2)e^{3t+1}$

Với $t = 1$ ta có: $10e^4\,(km/s)$.

Câu 26. **[2D2-6.2-2]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 3x + 2\right) \ge -1$.

A. $S = (1;+\infty)$. **B.** $S = [0;2)$. **C.** $S = [0;2) \cup (3;7]$. **D.** $S = [0;1) \cup (2;3]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\left(x^2 - 3x + 2\right) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 2 \\ x < 1 \end{array}\right.$

Chú ý hệ số a logari $0 < a < 1$

$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 3x + 2\right) \ge -1 \Leftrightarrow \left(x^2 - 3x + 2\right) \le 2 \Leftrightarrow 0 \le x \le 3$

Kết hợp điều kiện chọn **C.**

Câu 27. **[2D2-5.3-2]** Phương trình $2.4^x - 7.2^x + 3 = 0$ có tất cả các nghiệm thực là:

A. $x = -1, x = \log_2 3$. **B.** $x = \log_2 3$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1, x = \log_2 3$.

Lời giải

Chọn A

$$2.\left(2^x\right)^2 - 7.2^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = \frac{1}{2} \\ 2^x = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \log_2 3 \end{array}\right..$$

Câu 28. **[2D2-7.1-4]** Anh Sơn vay tiền ngân hàng mua nhà trị giá 1 tỉ đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 12 triệu và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% tháng thì sau bao lâu anh trả hết nợ?

A. 3 năm. **B.** 3 năm 1 tháng. **C.** 3 năm 2 tháng. **D.** 3 năm 3 tháng.

Lời giải

Chọn B

Gọi n là số tháng anh cần trả với n tự nhiên

Sau tháng thứ nhất anh còn nợ

$S_1 = 10^9.(1+\frac{0,5}{100}) - 30.10^6 = 10^9.1,005 - 30.10^6$ đồng

Sau tháng thứ hai anh còn nợ

$S_2 = S_1.1,005 - 12.10^6 = \left(10^9.1,005 - 30.10^6\right).1,005 - 30.10^6 = 10^9.1,005^2 - 30.10^6.\frac{1,005^2-1}{0,005}$ đồng

Tiếp tục quá trình trên thì số tiền anh Sơn còn nợ sau n tháng sẽ là

$S_n = 10^9.1,005^n - 30.10^6.\frac{1,005^n - 1}{0,005} = 0$

$\Rightarrow 1,005^n = 1,2 \Rightarrow n = \log_{1,005} 1,2 \approx 36,555$

Do đó sau 37 tháng sẽ trả hết nợ tức 3 năm 1 tháng.

Câu 29. **[2H1-1.0-1]** Mỗi đỉnh của khối đa diện lồi là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Theo lý thuyết.

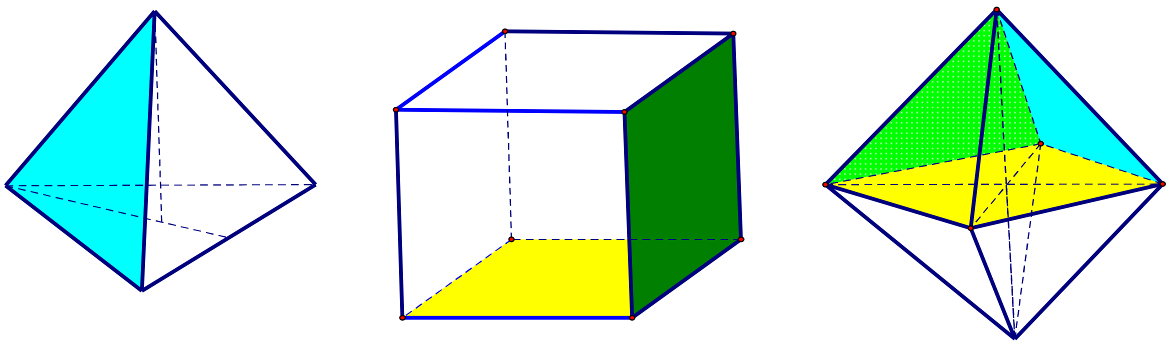
Câu 30. **[2H1-1.1-2]** Có tất cả bao nhiêu khối đa diện đều lồi?

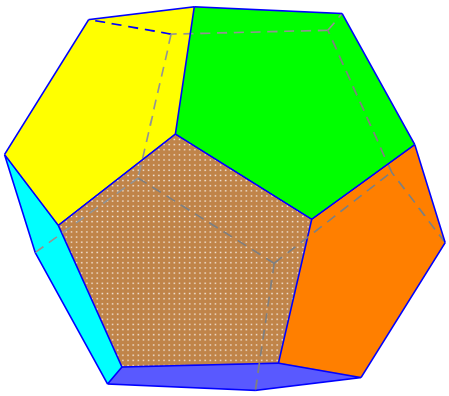
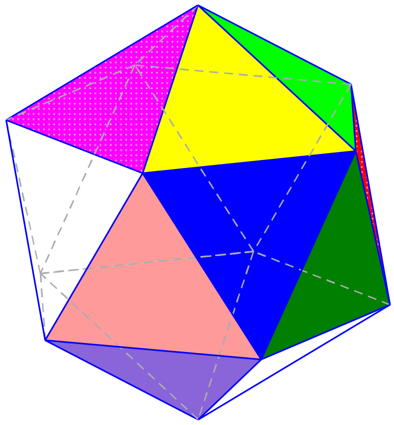
A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Căn cứ vào định nghĩa về khối đa diện lồi và định lý về khối đa diện đều.



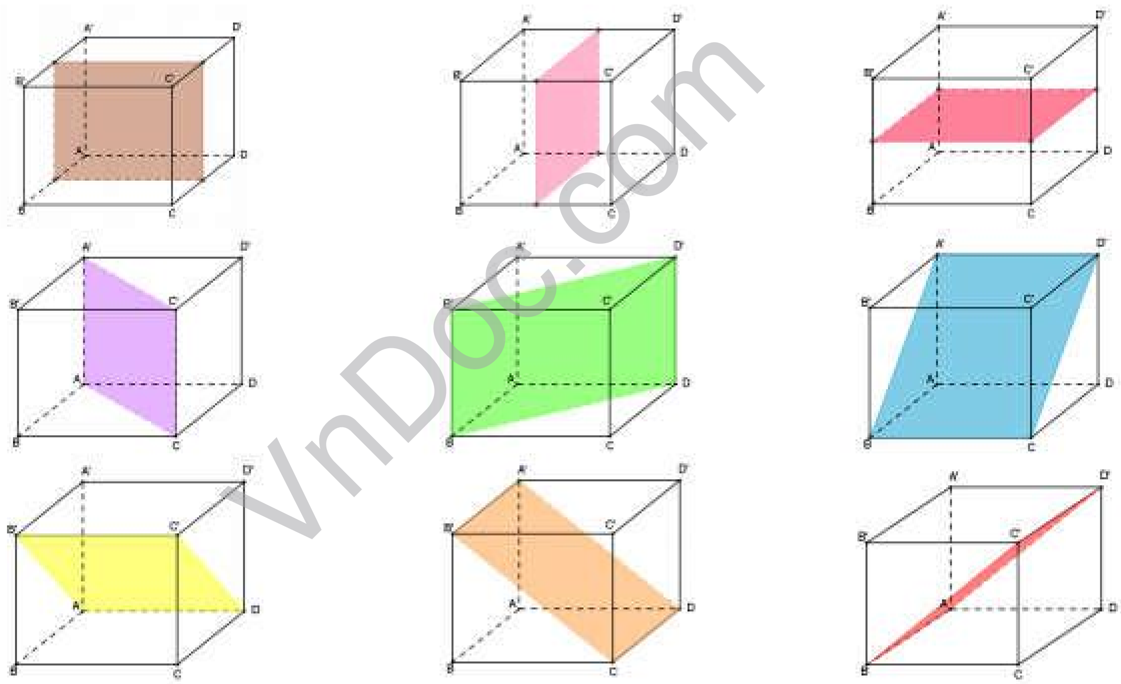
Câu 31. [2H1-1.2-2] Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ.



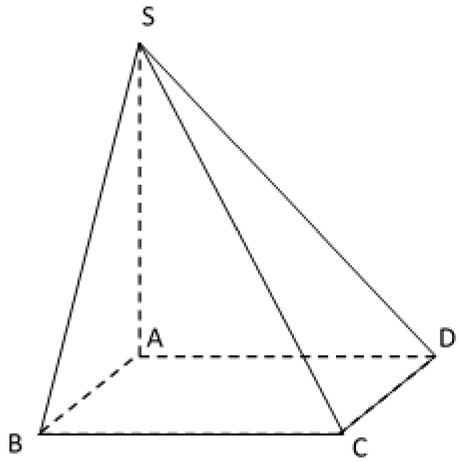
.

Câu 32. [2H1-2.1-1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$ và $SA = 2a$ vuông góc với đáy. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABCD$?

A. $V = \frac{4}{3}a^3$ (đvtt). **B.** $V = 4a^3$ (đvtt). **C.** $V = \frac{2}{3}a^3$ (đvtt). **D.** $V = 2a^3$ (đvtt).

Lời giải

Chọn A



$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.h=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.AB.AD.SA=\frac{1}{3}.a.2a.2a=\frac{4}{3}a^3$

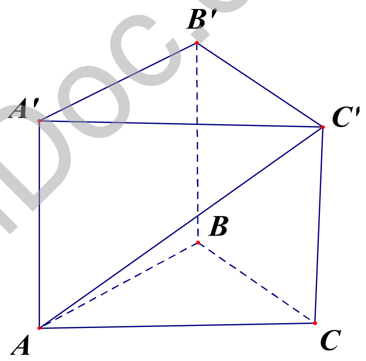
.

Câu 33. **[2H1-3.1-2]** Cho một lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại A. Cho $AB=2a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng 30°. Tính thể tích V khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{4\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{4\sqrt{3}a^2}{2}$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=2a^2$; góc giữa AC' và (ABC) là góc $\widehat{C'AC}$. Xét tam giác ACC' có

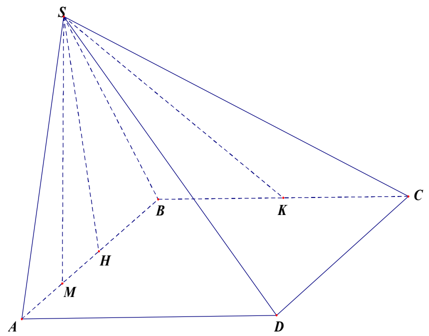
$\tan\widehat{C'AC}=\frac{CC'}{AC}\Rightarrow CC'=\tan 30^0 AC\Rightarrow CC'=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=CC'.S_{ABC}=\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 34. **[2H1-2.2-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a với $SA=\frac{a}{2}, SB=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{BAD}=60^\circ$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H,K lần lượt là trung điểm của AB,BC. Tính thể tích V tứ diện $K.SCD$.

A. $V=\frac{a^3}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3}{16}$. **C.** $V=\frac{a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{a^3}{32}$.

Lời giải

Chọn D



Từ giả thiết ta có $AB = a, SA = \frac{a}{2}, SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Nên ΔASB vuông tại $S \Rightarrow SH = \frac{AB}{2} \Rightarrow \Delta SAH$ đều

Gọi M là trung điểm của AH thì $SM \perp AB$

Do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SM \perp (ABCD)$

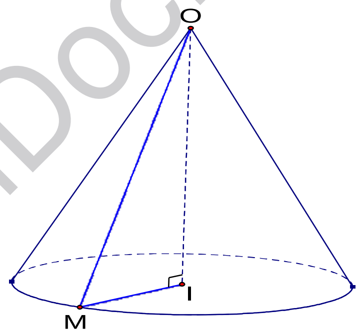
Vậy $V_{KSDC} = V_{S.KCD} = \frac{1}{3}.SM.S_{\Delta KCD} = \frac{1}{3}.SM.\frac{1}{2}S_{\Delta BAD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{4}.\frac{1}{2}.\frac{a.a\sqrt{3}}{2.2} = \frac{a^3}{32}$ (đvtt).

Câu 35. [2H2-1.2-1] Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = 60\pi$. **B.** $S_{xq} = 15\pi$. **C.** $S_{xq} = 20\pi$. **D.** $S_{xq} = 25\pi$.

Lời giải

Chọn B



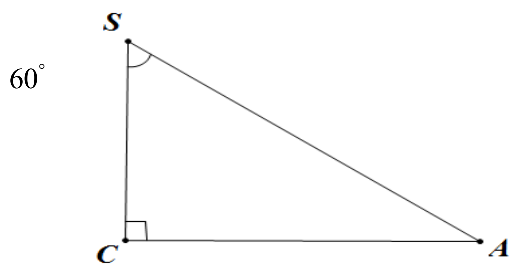
Ta có $S_{xq} = \pi rl = \pi r\sqrt{r^2 + h^2} = 15\pi$.

Câu 36. [2H2-1.0-2] Một hình nón có bán kính đáy $R = 2\sqrt{3}$, góc ở đỉnh bằng 120°. Khi đó diện tích xung quanh S_{xq} và thể tích V của khối nón đó lần lượt là:

A. $\pi 8\sqrt{3}; 8\pi$. **B.** $\pi 6\sqrt{3}; 8\pi$. **C.** $\pi 8\sqrt{3}; 6\pi$. **D.** $\pi 8\sqrt{3}; 4\pi$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình nón có đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, đường sinh là $l = SA$, đường cao $h = SO$.

Khi đó ΔSOA vuông tại O và $\widehat{OSA}=60^\circ$ ta có: $SO=\dfrac{OA}{\tan 60^\circ}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=2$ và $SA=\dfrac{OA}{\sin 60^\circ}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$.

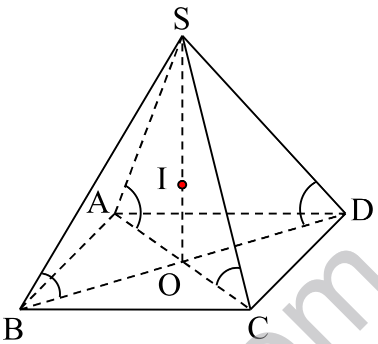
Vậy $S_{xq}=\pi Rl=\pi.2\sqrt{3}.4=8\pi\sqrt{3}$ và $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{1}{3}\pi.12.2=8\pi$.

Câu 37. **[2H2-1.5-3]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên cũng bằng a. **Tính** thể tích $V_{(N)}$ của khối nón (N) ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

A. $V_{(N)}=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V_{(N)}=\dfrac{\pi a^3}{12}$. **C.** $V_{(N)}=\dfrac{\pi a^3}{6}$. **D.** $V_{(N)}=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Phân tích: Hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $AB=SA=a$ nên khối nón ngoại tiếp hình chóp có bán kính đáy $r=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao $SO=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

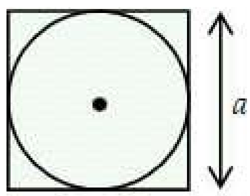
Khi đó: $V_{(N)}=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}=\dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 38. **[2H2-2.3-2]** Một hình trụ (T) có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hình vuông cạnh a. Tính thể tích $V_{(T)}$ của khối trụ đó, biết chiều cao của khối trụ bằng $h=a$?

A. $V_{(T)}=\dfrac{1}{2}a^3\pi$. **B.** $V_{(T)}=\dfrac{1}{4}a^3\pi$. **C.** $V_{(T)}=\dfrac{1}{3}a^3\pi$. **D.** $V_{(T)}=a^3\pi$

Lời giải

Chọn B



Phân tích:
Ta có hình vẽ sau
Ta thấy hình tròn nội tiếp hình vuông cạnh a có đường kính có độ dài a.

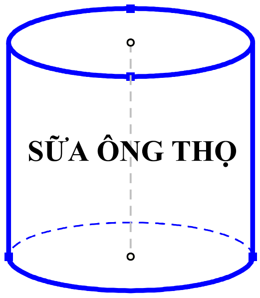
Khi đó thể tích của khối trụ là $V=B.h=a.\pi.R^2=a.\pi.\left(\dfrac{a}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}a^3\pi$.

Câu 39. **[2H2-2.7-4]** Khi sản xuất vỏ lon sữa Ông Thọ hình trụ, các nhà sản xuất luôn đặt chỉ tiêu sao cho chi phí sản xuất vỏ lon là nhỏ nhất, tức là nguyên liệu (sắt tây) được dùng là ít nhất. Hỏi khi đó diện tích toàn phần S_{tp} của lon sữa là bao nhiêu, khi nhà sản xuất muốn thể tích của hộp là $V\ cm^3$.

A. $S_{tp}=3\sqrt[3]{\dfrac{\pi V^2}{4}}$. **B.** $S_{tp}=6\sqrt[3]{\dfrac{\pi V^2}{4}}$. **C.** $S_{tp}=3\sqrt{\dfrac{\pi V^2}{4}}$. **D.** $S_{tp}=6\sqrt{\dfrac{\pi V^2}{4}}$.

Lời giải

Chọn B



Đây là bài toán vừa kết hợp yếu tố hình học và yếu tố đại số. Yếu tố hình học ở đây là các công thức tính diện tích toàn phần, diện tích xung quanh, thể tích của hình trụ. Còn yếu tố đại số ở đây là tìm GTNN của S_{tp}

Ta có yếu tố đề bài cho

$V=B.h=\pi R^2.h\Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi R^2}$ (*)

$S_{tp}=S_{xq}+2S_{day}=2.\pi R^2+2\pi R.h=2\left(\pi R^2+\pi R.\dfrac{V}{\pi R^2}\right)=2\left(\pi R^2+\dfrac{V}{R}\right)$

Đến đây ta có hai hướng giải quyết, đó là tìm đạo hàm rồi xét $y'=0$ rồi vẽ BBT tìm GTNN. Tuy nhiên ở đây tôi giới thiệu đến quý độc giả cách làm nhanh bằng BĐT Cauchy.

Ta nhận thấy ở đây chỉ có một biến R và bậc của R ở hạng tử thứ nhất là bậc 2, nhưng bậc của R ở hạng tử thứ 2 chỉ là 1. Vậy làm thế nào để khi áp dụng BĐT Cauchy triệt tiêu được biến R. Ta sẽ tìm cách tách $\dfrac{V}{R}$ thành 2 hạng tử bằng nhau để khi nhân vào triệt tiêu được R^2 ban đầu. Khi đó ta có như sau:

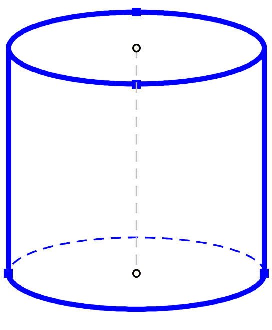
$S_{tp}=2.\left(\pi R^2+\dfrac{V}{2R}+\dfrac{V}{2R}\right)\geq 2.3\sqrt[3]{\dfrac{\pi V^2}{4}}$.

Câu 40. **[2H2-2.2-2]** Cho khối trụ (T) có thiết diện qua trục là một hình vuông có diện tích bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của khối trụ (T).

A. $S_{xq}=4\pi$. **B.** $S_{xq}=2\pi$. **C.** $S_{xq}=8\pi$. **D.** $S_{xq}=4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi chiều cao của khối trụ là h. Ta có: $h^2 = 4 \Rightarrow h = 2 = 1$.

Bán kính đáy của khối trụ là: $r = \frac{h}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Diện tích xung quanh của khối trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.2.1 = 4\pi$.

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. **[2D2-6.3-3]** Giải bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \ge 0$

Lời giải

ĐK: $x > 0$

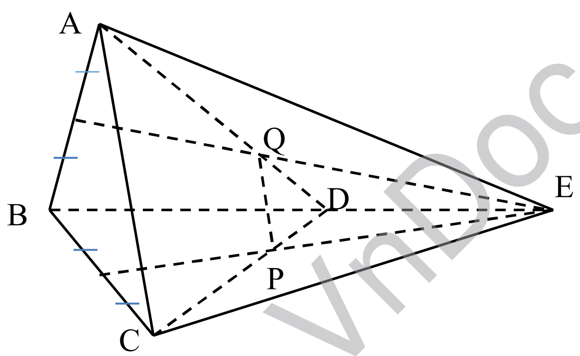
$$\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x \le 1\\ \log_2 x \ge 4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x \le 2\\ x \ge 16\end{array}\right.$$

Kết hợp với đk $x > 0$, ta được: $\left[\begin{array}{l}0 < x \le 2\\ x \ge 16\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của bpt là: $S = (0;2] \cup [16;+\infty)$.

Câu 2. **[2H1-2.6-4]** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

Lời giải



(MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành 2 khối đa diện (H_1): $AC.MNPQ$ và (H_2): $BD.MNPQ$

(MNE) cắt AD tại Q, cắt CD tại P. $V_{AC.MNPQ} = V_{E.AMNC} - V_{E.ACPQ}$

$$V_{E.AMNC} = \frac{1}{3}d(E,(AMNC)).S_{AMNC} = \frac{1}{3}d(E,(ABC)).(S_{\Delta ABC} - S_{\Delta BMN})$$

$$= \frac{1}{3}d(E,(ABC)).\left(S_{\Delta ABC} - \frac{1}{4}S_{\Delta ABC}\right) = \frac{1}{3}.2.d(D,(ABC)).\frac{3}{4}S_{\Delta ABC} = \frac{3}{2}V_{ABCD}$$

$$V_{E.ACPQ} = \frac{1}{3}d(E,(ACPQ)).S_{ACPQ} = \frac{1}{3}d(B,(ACD)).(S_{\Delta ACD} - S_{\Delta DPQ}) = \frac{1}{3}d(B,(ACD)).\frac{8}{9}S_{\Delta ACD} = \frac{8}{9}V_{ABCD}$$

$$V_{AC.MNPQ} = \frac{3}{2}V_{ABCD} - \frac{8}{9}V_{ABCD} = \frac{11}{18}V_{ABCD} = \frac{11}{18}.\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{11\sqrt{2}}{216}a^3$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max\limits_{\mathbb{R}} g(x) = 4$. Do đó: $m + 1 \ge 4 \Leftrightarrow m \ge 3$.

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 11

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-1.4-2]** Cho hàm số $y=x^3-4x^2+5x-2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;\frac{5}{3}\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(1;\frac{5}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Xét hàm số $y=x^3-4x^2+5x-2$ trên $\mathbb{R}$, ta có $y'=3x^2-8x+5;\forall x\in\mathbb{R}$.

Bất phương trình $y'>0\Leftrightarrow 3x^2-8x+5>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>\frac{5}{3}\\x<1\end{array}\right.\Rightarrow x\in(-\infty;1)\cup\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$.

Tương tự, $y'<0\Leftrightarrow 3x^2-8x+5<0\Leftrightarrow x\in\left(1;\frac{5}{3}\right)$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;\frac{5}{3}\right)$.

Câu 2. **[2D1-1.5-3]** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2-mx-4$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$

A. $(-\infty;-3]$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(-3;9)$. **D.** $[-3;9]$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y'=\left(x^3+3x^2-mx-4\right)'=3x^2+6x-m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng

$(-\infty;1)\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in(-\infty;1)\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2+6x-m\geq 0\\\forall x\in(-\infty;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\leq 3x^2+6x=f(x)\\\forall x\in(-\infty;1)\end{cases}$

Ta có $f'(x)=6x+6\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow 6x+6=0\Leftrightarrow x=-1$.

Xét bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $(-\infty;1)$ ta thấy

$\underset{(-\infty;1)}{f(x)}\geq f(-1)=-3\Rightarrow m\leq -3\Leftrightarrow m\in(-\infty;-3]$.

Câu 3. **[2D1-2.6-1]** Cho hàm số $y = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
C. Hàm số đạt cực trị tại $y = -1$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = 12x^3 - 24x^2 - 12x + 24 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 24x^2 - 12x + 24 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Lại có $y'' = 36x^2 - 48x - 12 \Rightarrow \begin{cases} y''(2) = 36 > 0 \\ y''(1) = -24 < 0 \\ y''(-1) = 72 > 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $x = -1$.

Câu 4. **[2D1-2.8-2]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 1$.
B. $m = 3$.
C. $m = 1 \vee m = 3$.
D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 4mx + m^2$; $y'' = 6x - 4m$.

Do hàm số đã cho là hàm bậc 3 nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 3 = 0 \\ 6 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \vee m = 3 \\ m < \dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 5. **[2D1-2.9-4]** Tìm m để hàm số $y = mx^4 + 2(m-1)x^2 + 2$ có hai cực tiểu và một cực đại.

A. $m < 0$.
B. $0 < m < 1$.
C. $m > 2$.
D. $1 < m < 2$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4mx^3 + 4(m-1)x.$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ mx^2 = -(m-1) \end{array}\right.$

Hàm số có 2 cực tiểu và 1 cực đại khi phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt và $m > 0$.

Khi đó phương trình $mx^2 = -(m-1)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và $m > 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -\dfrac{m-1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Câu 6. **[2D1-3.2-1]** Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-5;2]$ là

A. -1. **B.** 102. **C.** 92. **D.** 82.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9$.

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \in [-5;2] \\ x = 1 \in [-5;2] \end{cases}$.

Tính các giá trị $y_{(-5)} = 30; y_{(-3)} = 62; y_{(1)} = 30; y_{(2)} = 37$.

So sánh các giá trị ta suy ra GTLN là 62 và GTNN là 30.

Tổng cần tìm là 92.

Câu 7. **[1D1-1.5-3]** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sin^4 x.\cos^6 x$ là

A. $\dfrac{5}{8}$. **B.** $\dfrac{108}{3125}$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

Chuyển hàm đã cho về biến là $\cos^2 x$.

$f(x) = \sin^4 x.\cos^6 x = (1-\cos^2 x)^2.(\cos^2 .x)^3$.

Đặt $\cos^2 x = t \in [0;1] \Rightarrow f(x) = g(t) = (1-t)^2.t^3$. Suy ra $g'(t) = -t^3.2.(1-t) + 3t^2(1-t)^2$.

Phương trình $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2(1-t)[-2t + 3(1-t)] = 0 \Leftrightarrow t^2(1-t)(3-5t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \in [0;1] \\ t = 1 \in [0;1] \\ t = \dfrac{3}{5} \in [0;1] \end{array}\right.$.

Tính giá trị $g(t)$ tại $t = 0;\ 1;\ \dfrac{3}{5}$, ta được GTLN của hàm số là $\dfrac{108}{3125}$.

Câu 8. **[2D1-3.4-2]** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y=6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=-2$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=-3$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{19}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{x-1}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin[2;4] \\ x=3\in[2;4] \end{array}\right.$.

Do hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[2;4]$ và có $y(2)=7; y(3)=6; y(4)=\dfrac{19}{3}$.

Suy ra $\min\limits_{[2;4]} y=6$.

Câu 9. **[2D1-4.4-2]** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{3-x}{x^2-2}$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\sqrt{2}$ và không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị (C) có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\sqrt{2}$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

C. Đồ thị (C) có hai tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\sqrt{2}; x=-\sqrt{2}$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

D. Đồ thị (C) có hai tiệm cận đứng là hai đường thẳng $x=\sqrt{2}; x=-\sqrt{2}$ và không có tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn C.

Nhìn tổng quan thì rõ ràng các phương án đều nói về các tiệm cận của đồ thị hàm số, do đó ta sẽ đi tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $x^2-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+} \dfrac{3-x}{x^2-2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-} \dfrac{3-x}{x^2-2}=-\infty$ $\Rightarrow x=\sqrt{2}$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+} \dfrac{3-x}{x^2-2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+} \dfrac{3-x}{x^2-2}=+\infty$ $\Rightarrow x=-\sqrt{2}$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3-x}{x^2-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x}}{1-\frac{2}{x^2}}=\frac{0}{1}=0.$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3-x}{x^2-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x}}{1-\frac{2}{x^2}}=\frac{0}{1}=0\ \Rightarrow y=0$$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 10. **[2D1-4.8-2]** Tìm m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ có đúng một đường tiệm cận đứng.

A. $m\in\{-1;4\}$.

B. $m\in(-1;4)$.

C. $m\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$.

D. $m\in\{-5;-1;4\}$.

Lời giải

Chọn D.

Phân tích: Đây là dạng bài tìm tiệm cận, ta cùng nhớ lại kiến thức sách giáo khoa như sau:
Đường thẳng $x=x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to x_0^-}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to x_0^-}=+\infty$

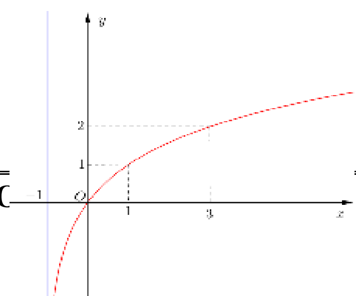
Vậy để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ chỉ có đúng một tiệm cận đứng thì phải thỏa mãn một trong các điều kiện trên. Nhận thấy đây là hàm phân thức có bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu, khi đó tiệm cận đứng $x=x_0,x_0$ là giá trị làm cho đa thức dưới mẫu không xác định, do đó để đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng thì phương trình $x^2+2mx+3m+4=0$ có duy nhất một nghiệm, hoặc phương trình $x^2+2mx+3m+4=0$ có một nghiệm $x=-1$ và một nghiệm khác -1.

Trường hợp 1: phương trình có duy nhất một nghiệm khi và chỉ khi phương trình có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow\Delta'=0\Leftrightarrow m^2-3m-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=-1\end{array}\right..$$

Trường hợp 2: phương trình có một nghiệm bằng -1 một nghiệm khác -1, khi đó ta có
$(-1)^2+2.(-1).m+3m+4=0\Leftrightarrow m+5=0\Leftrightarrow m=-5$.
Thử lại thấy với $m=-5$ phương trình có hai nghiệm phân biệt (thỏa mãn).
Vậy đáp án của chúng ta là D.

Câu 11. **[2D2-4.7-2]** Độ thị bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\log_2 x+1$. **C.** $y=\log_2(x+1)$. **D.** $y=\log_3(x+1)$.

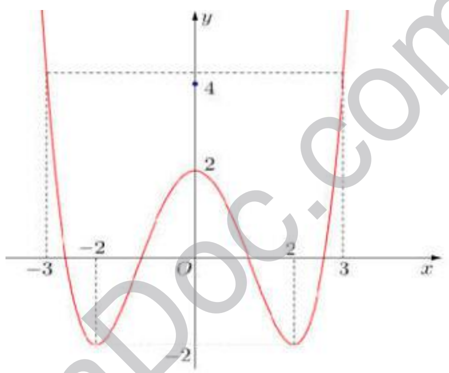
Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy

- Hàm số đồng biến trên khoảng xác định.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.
- Đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ $(1;1)$, $(3;2)$.

Câu 12. **[2D1-5.1-2]** Xác định các hệ số a, b, c để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên dưới?



A. $a=\frac{1}{4}$, $b=-2$, $c>0$. **B.** $a=\frac{1}{4}$, $b=-2$, $c=2$.

C. $a=4$, $b=2$, $c=2$. **D.** $a=4$, $b=-2$, $c=2$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy

- $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.
- Hàm số có 3 cực trị, suy ra $-\frac{b}{a}>0 \Rightarrow b<0$.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0;2) \Rightarrow c=2$.
- Đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ $(-2;-2)$, $(2;-2)$.

□ Hàm số đạt cực trị tại $x=\pm 2, x=0 \Rightarrow a=\frac{1}{4}, \mathrm{b}=-2$.

Câu 13. **[2D1-7.1-2]** Cho hàm số: $(C): y=2x^3-6x^2+3$. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) có hệ số góc nhỏ nhất là

A. $y=6x+3$. **B.** $y=-6x+7$. **C.** $y=-6x+5$. **D.** $y=6x+5$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M\left(x_0; y_0\right)$ của đồ thị hàm số (C) cho trước là

$y=y'_{(x_0)}\left(x-x_0\right)+y_0 \quad (*)$

Suy ra hệ số góc của phương trình tiếp tuyến là $y'_{(x_0)}=6x_0{}^2-12x_0=6\left(x_0-1\right)^2-6 \geq -6$

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=2x^3-6x^2+3$ đạt nhỏ nhất là -6 khi $x_0=1$.

Thay vào (*), ta được phương trình tiếp tuyến cần tìm.

Câu 14. **[2D1-6.1-1]** Đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-5x^2+7x-3$ tại điểm có tung độ là

A. $y_0=0$. **B.** $y_0=1$. **C.** $y_0=2$. **D.** $y_0=-2$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$-2x+2=x^3-5x^2+7x-3 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=0.$$

Câu 15. **[2D2-1.3-1]** Cho $(a-1)^{\frac{-2}{3}} \leq (a-1)^{\frac{-1}{3}}$. Khi đó ta có thể kết luận về a là

A. $\left[\begin{array}{l} a<1 \\ a \geq 2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} a<1 \\ a \geq 2 \end{array}\right.$. **C.** $1<a \leq 2$. **D.** $a \geq 2$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $a \neq 1$.

Ta có thể viết lại $(a-1)^{\frac{-2}{3}} \le (a-1)^{\frac{-1}{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{(a-1)^2}} \le \frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{(a-1)^2} \ge \sqrt[3]{a-1} \\ \frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 \ge a-1 \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(a-2) \ge 0 \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow a \ge 2$.

Kết hợp điều kiện suy ra $a \ge 2$.

Sai lầm thường gặp: *Không để ý đến điều kiện* $\frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} > 0$ *khi biến đổi tương đương.*

Câu 16. **[2D2-1.2-2]** Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^2\sqrt{x^3}}}$ với x > 0. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $P = x^{\frac{5}{6}}$. **B.** $P = x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $P = x^{\frac{5}{8}}$. **D.** $P = x^{\frac{3}{4}}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $P = \sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^2\sqrt{x^3}}} = \sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^2.x^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[3]{x.\left(x^{\frac{7}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}} = \left(x^{\frac{15}{8}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{8}}$.

Câu 17. **[2D2-3.2-1]** Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\log\left(\frac{a^4}{10b}\right) = -1 + 4.\log a - \log b.$

B. $\log\left(\frac{a^4}{10b}\right) = 1 + 4.\log a + \log b.$

C. $\log\left(\frac{a^4}{10b}\right) = 1 + 4.\log a - \log b.$

D. $\log\left(\frac{a^4}{10b}\right) = -1 + 4.\log a + \log b.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log\left(\frac{a^4}{10b}\right) = \log a^4 - \log(10b) = 4.\log_a - 1 - \log b = -1 + 4.\log a - \log b$.

Câu 18. **[2D2-3.1-1]** Cho a là số thực dương, $a \ne 1$ và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 3$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = 9$. **D.** $P = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Với a là số thực dương khác 1, ta có: $P=\log_{\sqrt[3]{a}} a^3=3\log_{a^{\frac{1}{3}}} a=3.3.\log_a a=9$.

Câu 19. **[2D2-3.3-3]** Đặt $\log_3 5=a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{15} 75=\dfrac{a+1}{2a+1}$. **B.** $\log_{15} 75=\dfrac{2a+1}{a+1}$. **C.** $\log_{15} 75=\dfrac{2a-1}{a+1}$. **D.** $\log_{15} 75=\dfrac{2a+1}{a-1}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_{15} 75=\frac{\log_3 75}{\log_3 15}=\frac{\log_3\left(3.5^2\right)}{\log_3(3.5)}=\frac{1+2\log_3 5}{1+\log_3 5}=\frac{1+2a}{1+a}.$$

Thu gọn ta có: $\log_{15} 75=\dfrac{1+2a}{1+a}$.

Câu 20. **[2D2-4.4-4]** Cho các số thực a, b thỏa mãn $a>1,b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{27}{2}\left(2.\log_{ab} a+\log_{ab} b\right)^2+4\log_a ab$.

A. $P_{\min}=36$. **B.** $P_{\min}=24$. **C.** $P_{\min}=32$. **D.** $P_{\min}=48$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $P=\dfrac{27}{2}\left(2.\log_{ab} a+\log_{ab} b\right)^2+4\log_a ab=\dfrac{27}{2}\left(\dfrac{2}{\log_a ab}+\dfrac{1}{\log_b ab}\right)^2+4.\log_a b+4$.

Đặt $t=\log_a b\,(t>0)\Leftrightarrow \log_b a=\dfrac{1}{t}$, khi đó

$$P=\frac{27}{2}.\left(\frac{2}{t+1}+\frac{t}{t+1}\right)^2+4t+4=\frac{27}{2}.\left(\frac{t+2}{t+1}\right)^2+4t+4.$$

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{27}{2}.\left(\dfrac{t+2}{t+1}\right)^2+4t$ với $t\in(0;+\infty)$, ta có

$f'(t)=\dfrac{(t-2)(2t+5)^2}{(t+1)^3}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=2$. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng f(t) đạt giá trị nhỏ nhất bằng $f(2)=32\Rightarrow P_{\min}=36$.

Câu 21. **[2D2-4.1-2]** Tìm tập xác định của hàm số sau: $f(x)=\sqrt{\log_2\dfrac{3-2x-x^2}{x+1}}$

A. $D=\left[\dfrac{-3-\sqrt{17}}{2};-1\right)\cup\left[\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2};1\right)$. **B.** $D=(-\infty;-3)\cup(-1;1)$.

C. $D=\left(-\infty;\dfrac{-3-\sqrt{17}}{2}\right]\cup\left(-1;\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}\right]$. **D.** $D=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có để hàm số xác định thì cần hai điều kiện: Điều kiện thứ nhất là điều kiện để logarit xác định, điều kiện thứ hai là điều kiện để căn thức xác định.

Nên ta có: $\begin{cases}\dfrac{3-2x-x^2}{x+1}>0\\ \log_2\dfrac{3-2x-x^2}{x+1}\geq 0\\ x\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\\ \log_2\dfrac{3-2x-x^2}{x+1}\geq\log_2 1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\\ \dfrac{3-2x-x^2}{x+1}\geq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\\ x\in\left(-\infty;\dfrac{-3-\sqrt{17}}{2}\right]\cup\left(-1;\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}\right]\end{cases}$

$\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{-3-\sqrt{17}}{2}\right]\cup\left(-1;\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}\right]$.

Câu 22. **[2D2-4.2-1]** Tính đạo hàm của hàm số sau: $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$.

A. $f'(x)=\dfrac{-4}{(e^x-e^{-x})^2}$. **B.** $f'(x)=e^x+e^{-x}$.

C. $f'(x)=\dfrac{e^x}{(e^x-e^{-x})^2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{-5}{(e^x-e^{-x})^2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\left(\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}\right)'=\frac{(e^x-e^{-x})(e^x-e^{-x})-(e^x+e^{-x})(e^x+e^{-x})}{(e^x-e^{-x})^2}=\frac{-2e^x.e^{-x}-2e^x.e^{-x}}{(e^x-e^{-x})^2}=\frac{-4}{(e^x-e^{-x})^2}.$$

Câu 23. **[2D2-4.2-2]** Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x.\ln^2(1-x)$ là

A. $f'(x)=2\cos 2x.\ln^2(1-x)-\dfrac{2\sin 2x.\ln(1-x)}{1-x}$.

B. $f'(x)=2\cos 2x.\ln^2(1-x)+\dfrac{2\sin 2x.\ln(1-x)}{1-x}$.

C. $f'(x) = 2\cos 2x.\ln^2(1-x) - 2\sin 2x.\ln(1-x)$.

D. $f'(x) = 2\cos 2x.\ln^2(1-x) + 2\sin 2x.\ln(1-x)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$f'(x) = \left(\sin 2x.\ln^2(1-x)\right)'$

$= (\sin 2x)'.\ln^2(1-x) + \sin 2x.\left(\ln^2(1-x)\right)$

(áp dụng công thức $(u.v)' = u'v + v'u$)

$= 2.\cos 2x.\ln^2(1-x) + \sin 2x.2\left(\ln(1-x)\right)'.\ln(1-x)$

$= 2\cos 2x.\ln^2(1-x) + 2\sin 2x.\dfrac{-1}{1-x}.\ln(1-x)$

(chú ý rằng $\left(u^2\right)' = 2u'.u$)

$= 2\cos 2x.\ln^2(1-x) - \dfrac{2.\sin 2x.\ln(1-x)}{1-x}$.

Câu 24. **[2D2-4.1-3]** Tập xác định của hàm số $y = \ln\dfrac{(2x-5)^3(x-7)^2}{12-x}$ chứa bao nhiêu số nguyên ?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số đã cho xác định khi

$$\begin{cases} \dfrac{(2x-5)^3(x-7)^2}{12-x} > 0 \\ x \neq 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 7; x \neq \dfrac{5}{2}; x \neq 12 \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{5}{2} < x < 12 \\ x > 12; x < \dfrac{5}{2} (l) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 7 \\ \dfrac{5}{2} < x < 12 \end{cases}$$

Trong khoảng đó có tám số nguyên. Đáp án A.

Câu 25. **[2D2-5.2-2]** Giải bất phương trình: $\log_3 \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 1\right) < 1$.

A. $\left(-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right) \backslash \left(-\dfrac{3}{2\sqrt{2}}; \dfrac{3}{2\sqrt{2}}\right)$.

B. $\left(-\sqrt{2}; -\dfrac{3}{2\sqrt{2}}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2\sqrt{2}}; \sqrt{2}\right)$.

C. $|x| > \sqrt{2}; |x| < \dfrac{3}{2\sqrt{2}}$.

D. $\left(-\infty; -\sqrt{2}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2\sqrt{2}}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B.

$\log_3 \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)<1 \Leftrightarrow \log_3 \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)<\log_3 3$

$\Leftrightarrow 0<\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)<3 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)<\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{8}$

$\Leftrightarrow 1>x^2-1>\frac{1}{8} \Leftrightarrow 2>x^2>\frac{9}{8} \Leftrightarrow \sqrt{2}>|x|>\frac{3}{2\sqrt{2}}$

Với biểu thức cuối thì ta suy ra đáp án đúng là B.

Câu 26. **[2D2-6.3-2]** Nghiệm của phương trình $3\sqrt{\log_3 x}-\log_3 3x-1=0$ là

A. $x=3, x=9$. **B.** $x=9, x=27$. **C.** $x=27, x=81$. **D.** $x=81, x=3$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $\begin{cases}3x>0\\ x>0\\ \log_3 x\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow x\geq 1$.

Ta có

$3\sqrt{\log_3 x}-\log_3 3x-1=0 \Leftrightarrow 3\sqrt{\log_3 x}-1-\log_3 x-1=0 \Leftrightarrow \log_3 x-3\sqrt{\log_3 x}+2=0\ (1)$.

Đặt $t=\sqrt{\log_3 x}\ (t\geq 0)$, khi đó (1) tương đương với

$t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\ t=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\ \log_3 x=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=81\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=81, x=3$.

Câu 27. **[2D2-6.1-1]** Tìm tập nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{2}\right)^{x(x+3)}=4$.

A. $\{-4;1\}$. **B.** $\{3\}$. **C.** $\{1;4\}$. **D.** $\{-4;2\}$.

Lời giải

Chọn A.

$PT \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\right)^{x(x+3)}=\left(\sqrt{2}\right)^4 \Leftrightarrow x(x+3)=4 \Leftrightarrow x^2+3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-4\end{array}\right. \Rightarrow S=\{-4;1\}$.

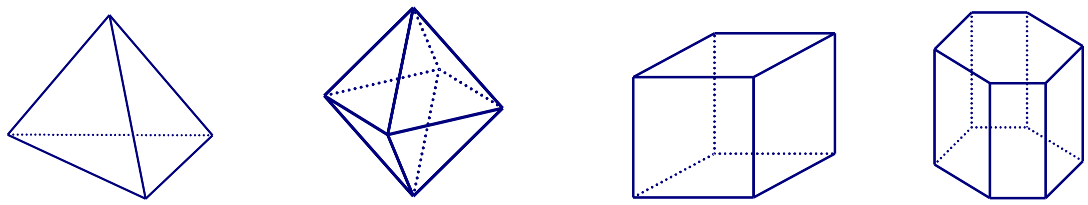
Câu 28. **[2H1-1.1-1]** Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 12. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A.

Câu 29. **[2H1-1.2-2]** Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



A. Tứ diện đều.. **B.** Bát diện đều.. **C.** Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải

Chọn A.

Câu 30. **[2H1-1.6-2]** Cho hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=4a^2$. **B.** $S=6a^2$. **C.** $S=8a^2$. **D.** $S=10a^2$.

Lời giải

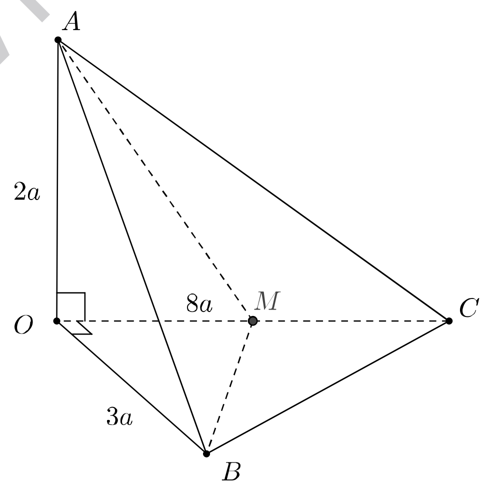
Chọn B.

Câu 31. **[2H1-2.1-2]** Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=2a$, $OB=3a$, $OC=8a$. M là trung điểm của OC. Tính thể tích V của khối tứ diện $O.ABM$.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=6a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $S_{OBM}=\dfrac{1}{2}OM.OB=\dfrac{1}{2}4a.3a=6a^2$.

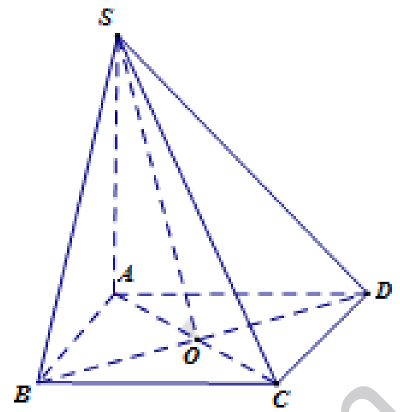
Vậy thể tích $V_{O.ABM}=V_{A.OBM}=\dfrac{1}{3}S_{OBM}.OA=\dfrac{1}{3}.6a^2.2a=4a^3$.

Câu 32. **[2H1-2.1-2]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a,\ BD = 2a$; Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa $mp(SBD)$ và $mp(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$;. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$;. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$;.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $\left(\widehat{(SBD);(ABCD)}\right) = \widehat{SOA} = 60°$.

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a,\ BD = 2a$.

nên $AC = 2a \Rightarrow OA = \dfrac{1}{2}AC = a$.

Ta có $SA = OA.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

$S_{ABCD} = AB.BC = AB.\sqrt{AC^2 - AB^2} = a.\sqrt{(2a)^2 - a^2} = a^2\sqrt{3}$.

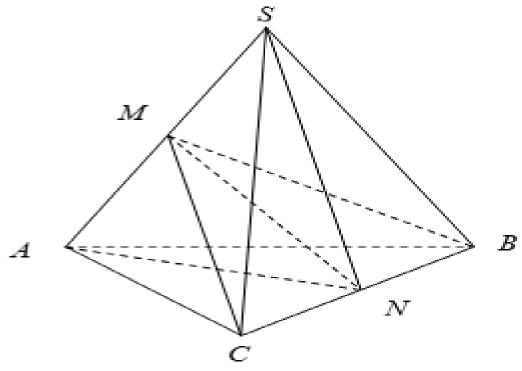
Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3} = a^3\,(dvtt)$.

Câu 33. **[2H1-2.4-3]** Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA = BC = 5a,\ \ SB = AC = 6a$ và $SC = AB = 7a$.

A. $V = 2\sqrt{95}a^3$. **B.** $V = \dfrac{35\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $V = \dfrac{35}{2}a^3$. **D.** $V = 2\sqrt{105}a^3$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC. Khi đó ta có: $SA = AN$, $CM = BM$

Suy ra: $\begin{cases} MN \perp SA \\ MN \perp BC \end{cases}$. Mà SA và BC chéo nhau nên $MN = d(SA, BC)$.

Áp dụng công thức: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{6}.SA.BC.d(SA,BC).\sin\left(\widehat{SA,BC}\right)$.

□Ta có: $MC^2 = \dfrac{AC^2 + SC^2}{2} - \dfrac{SA^2}{4} = \dfrac{36a^2 + 49a^2}{2} - \dfrac{25a^2}{4} = \dfrac{145a^2}{4}$.

$d(SA,BC) = MN = \sqrt{MC^2 - NC^2} = \sqrt{\dfrac{145a^2}{4} - \dfrac{25a^2}{4}} = a\sqrt{30}$.

□ $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AC} = AS.AB.\cos\widehat{SAB} - AS.AC.\cos\widehat{SAC}$.

Mà $\cos\widehat{SAB} = \dfrac{SA^2 + AB^2 - SB^2}{2.SA.AB} = \dfrac{25a^2 + 49a^2 - 36a^2}{2.5a.7a} = \dfrac{19}{35}$.

$\cos\widehat{SAC} = \dfrac{SA^2 + AC^2 - SC^2}{2.SA.AC} = \dfrac{25a^2 + 36a^2 - 49a^2}{2.5a.6a} = \dfrac{1}{5}$.

Suy ra: $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC} = 5a.7a.\dfrac{19}{35} - 5a.6a.\dfrac{1}{5} = 13a^2$.

Lại có: $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC} = SA.BC.\cos\left(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{BC}\right) \Leftrightarrow 5a.5a.\cos\left(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{BC}\right) = 13a^2 \Leftrightarrow \cos\left(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{13}{25}$.

Khi đó: $\sin\left(\widehat{SA,BC}\right) = \dfrac{2\sqrt{114}}{25}$.

Vậy thể tích khối chóp là: $V = \dfrac{1}{6}.25a^2.a\sqrt{30}.\dfrac{2\sqrt{114}}{25} = 2a^3\sqrt{95}$.

Câu 34. **[2H2-1.1-1]** Một hình nón có bán kính đáy là $5a$, độ dài đường sinh là $13a$ thì đường cao h của hình nón là?

A. $7a\sqrt{6}$. **B.** $12a$. **C.** $17a$. **D.** $8a$.

Lời giải

Chọn B.

Áp dụng công thức với đường sinh l, bán kính r và đường cao h thì: $1 = \sqrt{r^2 + h^2}$

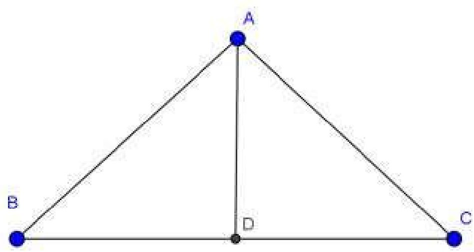
Áp dụng công thức ta có: $h = \sqrt{1^2 - r^2} = 12a$.

Câu 35. **[2H1-1.3-2]** Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân và đường sinh có độ dài bằng a. Thể tích khối nón là

A. $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $AC = AB = a; BD = a\sqrt{2}$; $DC = r = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

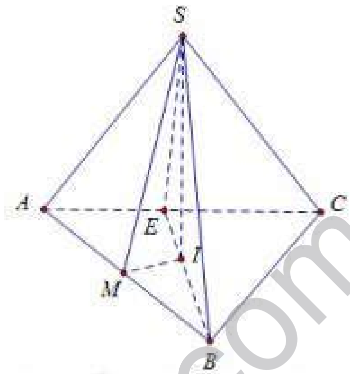
Thể tích của khối nón là: $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{12}\pi a^3$.

Câu 36. **[2H2-1.3-3]** Cho hình nón đỉnh S. Xét hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác ngoại tiếp đường tròn đáy của hình nón và có $AB = BC = 10a$, $AC = 12a$ góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45^0. Tính thể tích khối nón đã cho.

A. $9\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $27\pi a^3$. **D.** $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC cũng là tâm đường tròn đáy của hình nón.

Gọi E là trung điểm của AC khi đó $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 8a$.

$P = \dfrac{AB + BC + CA}{2} = 16a \Rightarrow r = \dfrac{S_{ABC}}{p} = 3$

Dựng $IM \perp AB \Rightarrow AB \perp (SMI) \Rightarrow \widehat{SMI} = 45^0$

Mặt khác $IM = r = 3a \Rightarrow SI = IM \tan 45^0 = 3a$

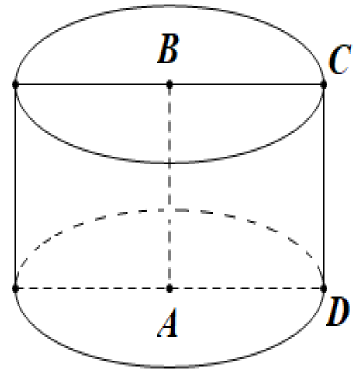
Vậy $V_{(N)} = \dfrac{1}{3}SI.\pi r^2 = 9\pi a^3$.

Câu 37. **[2H2-2.3-2]** Cho hình vuông $ABCD$ quay quanh cạnh AB tạo ra hình trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Tính theo a thể tích V của hình trụ này.

A. $V = 4\pi a^3$. **B.** $V = 8\pi a^3$. **C.** $V = \dfrac{8\pi a^3}{3}$. **D.** $V = 2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Theo đề bài, ta có $4\pi a = C = 2\pi R = 2\pi.AD \Rightarrow AD = 2a$

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $CD = AD = 2a$.

Thể tích khối trụ $V = \pi R^2.h = \pi(2a)^2.2a = 8\pi a^3$.

Câu 38. **[2H2-2.3-2]** Hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết Diện qua trục bằng 10a. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $4\pi a^3$. **B.** $3\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $5\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $l = h$ là độ Dài đường sinh của khối trụ

Khi đó chu vi thiết Diện qua trục là $C = 2(2r + l) = 2(2r + h) = 10a \Rightarrow h = 3a$

Suy ra $V_{(T)} = \pi R^2 h = 3\pi a^3$.

Câu 39. **[2H2-2.3-2]** Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng R và diện tích toàn phần bằng $8\pi R^2$. Tính thể tích V của khối trụ (T).

A. $6\pi R^3$. **B.** $3\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $8\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi h là đường cao của hình trụ (T).

Ta có:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_đ = 8\pi R^2 \Leftrightarrow S_{xq} + 2\pi R^2 = 8\pi R^2 \Leftrightarrow S_{xq} = 6\pi R^2 \Leftrightarrow h.\pi R^2 = 6\pi R^2 \Leftrightarrow h = 6$$

Vậy thể tích khối trụ: $V = h.S_đ = 6\pi R^2$.

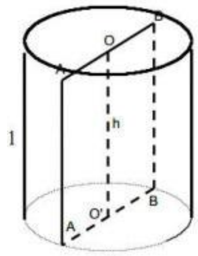
Câu 40. **[2H2-2.6-3]** Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12cm. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là

A. $8\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $16\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $32\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $64\pi\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A.

Sử dụng công thức tính thể tích $V = \pi r^2 h$. Biến đổi đưa thể tích về hàm số của một biến rồi tìm giá trị lớn nhất.



Gọi chiều rộng, chiều dài của hình chữ nhật lần lượt là a và b. khi đó: $0 < a < 3;\ 3 < b < 6.$ Ta có chu vi của hình chữ nhật bằng 12 nên $2(a+b)=12$ $\Rightarrow a+b=6 \Rightarrow b=6-a.$ Để thể tích khối trụ đạt giá trị lớn hơn ta cần chọn $h=a;\ r=\frac{b}{2}.$

Khi đó: $V=\pi r^2 h=\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2.a=\frac{\pi}{4}.(6-a)^2.a=\frac{\pi}{4}\left(a^3-12a^2+36a\right).$

Đặt $f(a)=a^3-12a^2+36a,\ a\in(0;3)$

$\Rightarrow f'(a)=3a^2-24a+36;\ f'(a)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a=6 \end{array}\right. \Rightarrow a=2.$

Bảng biến thiên:

a	0		2		3
f'		+		−	
f(a)		↗	fmax	↘	

$V_{max} \Leftrightarrow f_{max} \Leftrightarrow a=2 \Rightarrow b=4.$ Vậy $V_{max}=8\pi.$

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. **[2D1-3.8-2]** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=e^x\left(x^2-x-5\right)$ trên đoạn $[1;3]$.

Lời giải

Ta có: $y'=e^x\left(x^2-x-5\right)+e^x(2x-1)=e^x\left(x^2+x-6\right)$.

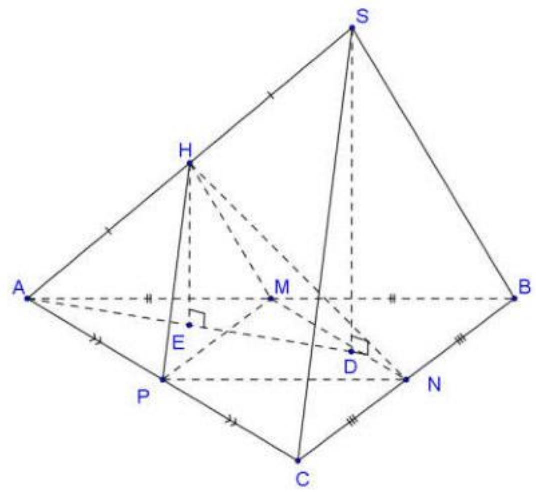
$y'=0 \Leftrightarrow e^x\left(x^2+x-6\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\in[1;3] \\ x=-3\notin[1;3] \end{array}\right.$.

Vậy $y(1)=-5e$; $y(2)=-3e^2$; $y(3)=e^3$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$ bằng e^3.

Câu 2. **[2H1-2.8-3]** Cho tứ diện $S.ABC$ có thể tích V. Gọi H,M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh $SA,\ AB,BC,CA$. Tính thể tích khối chóp $H.MNP$.

Lời giải



Kẻ đường thẳng d qua S và vuông góc với (ABC). Gọi $D = d \cap (ABC)$.

Khi đó SD chính là đường cao của tứ diện $S.ABC$.

Trong tam giác ASD, kẻ $HE \parallel SD$ $\left(E \in AD\right) \Rightarrow HE \perp (ABC)$ hay $HE \perp (MNP)$.

Do H là trung điểm của AS, nên HE là đường trung bình của ΔASD $\Rightarrow HE = \frac{1}{2}SD$.

Do M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA $\Rightarrow S_{(\Delta MNP)} = \frac{1}{4}S_{(\Delta ABC)}$.

Theo giả thiết: $V_{(S.ABC)} = V = \frac{1}{3}.SD.S_{(\Delta ABC)}$

$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}.2HE.4S_{(\Delta MNP)} \Leftrightarrow \frac{1}{8}V = \frac{1}{3}.HE.S_{(\Delta MNP)}$

Hay $V_{\Delta MNP} = \frac{1}{8}V$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.A	5.B	6.C	7.B	8.A	9.C	10.D
11.C	12.B	13.C	14.A	15.D	16.C	17.A	18.C	19.B	20.A
21.C	22.A	23.A	24.A	25.B	26.D	27.A	28.A	29.A	30.B
31.C	32.B	33.A	34.B	35.B	36.A	37.B	38.B	39.A	40.A

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 12

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-1.4-1]** Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

$y' = 3x^2 - 4x + 1 = (x-1)(3x-1) \to y' < 0$ khi $\frac{1}{3} < x < 1$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 2. **[2D1-4.4-1]** Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$?

A. $x = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn D.

$x + 1 = 0 \to x = -1$.

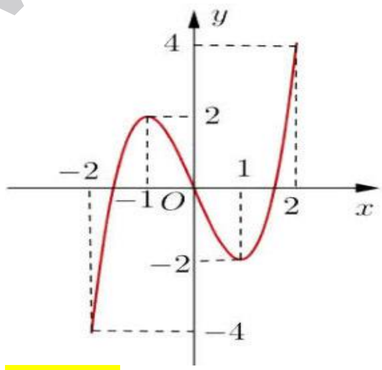
Câu 3. **[2D1-6.1-1]** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y = \frac{2x-3}{3x-1}$. **B.** $y = \frac{3-2x}{x+1}$. **C.** $y = \frac{3x+4}{x-1}$. **D.** $y = \frac{4x+1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 4. **[2D1-2.5-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?



A. $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 5. **[2D2-3.1-1]** Cho số thực a dương khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$ bằng

A. -4. **B.** $-\frac{7}{3}$. **C.** $-\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

$\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7} = \log_{a^{-1}} a^{\frac{7}{3}} = -\frac{7}{3}$.

Câu 6. **[2D2-5.1-1]** Tìm các nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

A. 9. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C.

$3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 7. **[2D2-3.2-1]** Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

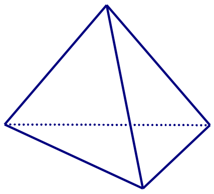
A. $\ln(a+b) = \ln a.\ln b$. **B.** $\ln(a.b) = \ln a.\ln b$.

C. $\ln(a.b) = \ln a + \ln b$. **D.** $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.

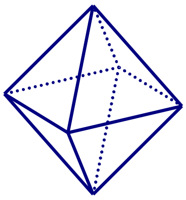
Lời giải

Chọn C.

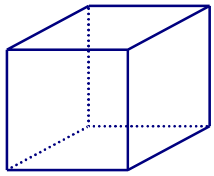
Câu 8. **[2H1-1.2-1]** Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



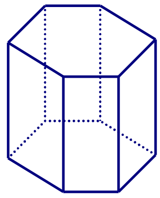
A. Tứ diện đều.



B. Bát diện đều.



C. Hình lập phương.



D. Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải

Chọn C.

Hình tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Câu 9. **[2H1-3.2-1]** Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

$S_{ABC} = \frac{1}{2}(2a)^2 \sin 60^0 = a^2\sqrt{3}$

Thể tích khối lăng trụ là: $V = 2a.a^2\sqrt{3} = 2a^2\sqrt{3}$.

Câu 10. **[2H2-1.3-1]** Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V = 12\pi$. **B.** $V = 20\pi$. **C.** $V = 36\pi$. **D.** $V = 60\pi$.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi Rl = 15\pi \to Rl = 15 \to l = 5$.

$\to h = \sqrt{l^2 - R^2} = 4$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi.9.4 = 12\pi$

Câu 11. **[2D1-8.2-2]** Với giá trị nào của m thì đồ thị của hàm số $y = x^4 - mx^2$ đi qua điểm $(2;8)$?

A. $m = 2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = \pm 2$. **D.** $m = \pm 4$.

Lời giải

Chọn A.

Thay $x = 2$, $y = 8$ vào $y = x^4 - mx^2$ ta có $8 = 2^4 - m.2^2 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 12. **[2D1-2.3-2]** Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	|	+	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.
B. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.
C. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.
D. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị

Lời giải

Chọn C.

Thay $x = 2, y = 8$ vào $y = x^4 - mx^2$ ta có $8 = 2^4 - m2^2 \Leftrightarrow m = 2$

Câu 13. **[2D1-4.5-2]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		−	||	−	0	+	
y	3	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	-2	↗	5

Đồ thị hàm số đã cho có mấy đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên thấy được:

$\lim\limits_{x\to1^+} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-} y = -\infty$ nên $x = 1$ làtiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = 3$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 5$ nên $y = 3, y = 5$ là các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy số các đường tiệm cận là 3

Câu 14. **[2D1-4.9-2]** Cho hàm số $y = \dfrac{mx+1}{x-3}$ có đồ thị (C). Tìm m để giao điểm hai đường tiệm cận đồ thị (C) cách gốc tọa độ một đoạn bằng 3?

A. $m = 0$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. Ta có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của (C) lần lượt là $x = 3; y = m$ nên giao điểm I của hai tiệm cận có tọa độ $I(3;m)$. Từ giả thiết ta có:

$$IO = 3 \Leftrightarrow IO^2 = 9 \Rightarrow 3^2 + m^2 = 9 \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 15. **[2D1-2.9-2]** Tìm tất cả giá trị của tham số *m* để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-1)x - 6$ có đúng hai điểm cực trị và hai điểm đó nằm bên phải của trục tung

A. $1 < m < \dfrac{7}{3}$. **B.** $m \le 1$. **C.** $1 \le m \le \dfrac{7}{3}$. **D.** $m \ge \dfrac{7}{3}$.

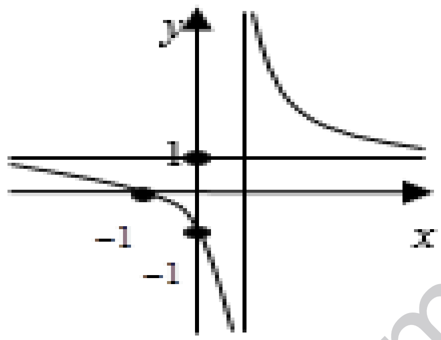
Lời giải

Chọn A.

Hàm số có $y' = 3x^2 - 4x + m - 1$, hàm số có hai điểm cực trị và chúng nằm bên phải Oy khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt

dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - 3(m-1) = 7 - 4m > 0 \\ S = 4/3 > 0 \\ P = \dfrac{m-1}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \dfrac{7}{4}$

Câu 16. **[2D1-5.1-2]** Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x-1}$ $(a, b \in \mathbb{R})$ có đồ thị biểu diễn là đường cong (C) như hình vẽ. Tìm *a*, *b*.



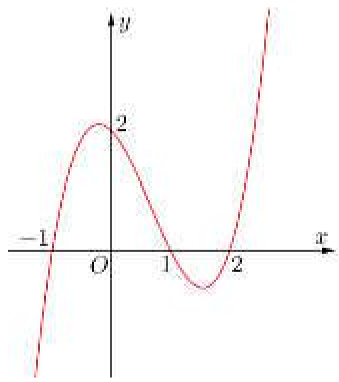
A. $a = 1, b = 1$. **B.** $a = -1, b = -1$. **C.** $a = -1, b = 1$. **D.** $a = 1, b = -1$.

Lời giải

Chọn A.

Tiệm cận ngang $y = 1$ nên $a = 1$, giao với trục Ox tại $x = -1$ nên $b = 1$.

Câu 17. **[2D1-2.3-2]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị hàm số f'(x) như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị f'(x) và đáp án ta thấy

- Hàm số y = f(x) đồng biến trên các khoảng $(-1; 1)$ và $(2; +\infty)$.
- Hàm số y = f(x) nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; 2)$.
- Hàm số y = f(x) có ba điểm cực trị.

Câu 18. **[2D1-5.3-2]** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		0		x_1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$			$+$		0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$				$\searrow$		$\nearrow$	

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $b > 0; c > 0$. **B.** $b > 0; c < 0$. **C.** $b < 0; c > 0$. **D.** $b < 0; c < 0$.

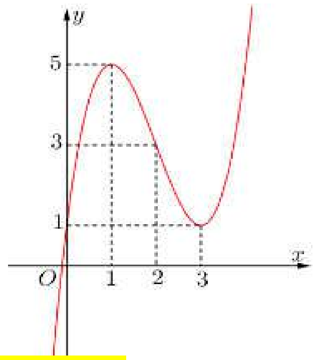
Lời giải

Chọn C.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ bảng biến thiên suy ra $a > 0$ và hàm số có hai cực trị có hoành độ dương.

Do đó, ta có: $\Delta > 0; -\dfrac{2b}{3a} > 0; \dfrac{c}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0; c > 0$.

Câu 19. **[2D1-6.5-2]** Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị (C) như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) và đường thẳng $d : y = m$ có 2 điểm chung đều có hoành độ lớn hơn 2 .



A. $1 \le m \le 3$. **B.** $1 < m < 3$. **C.** $1 < m \le 3$. **D.** $1 \le m < 3$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 20. **[2D2-4.1-2]** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 6x + 8\right)$ là

A. $D = \left[2;4\right]$.

B. $D = \left[4;+\infty\right) \cup \left(-\infty;2\right]$.

C. $D = \left(2;4\right)$.

D. $D = \left(4;+\infty\right) \cup \left(-\infty;2\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 6x + 8\right)$ xác định $\Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ x < 2 \end{array}\right.$.

Câu 21. **[2D2-1.2-2]** Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}$ với x>0. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{13}{24}}$. **C.** $P = x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn B.

$P = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.x^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x.x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}$.

Câu 22. **[2D2-6.2-2]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình

A. $S = \left(2;+\infty\right)$. **B.** $S = \left(-\infty;2\right)$. **C.** $S = \left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $S = \left(-1;2\right)$.

Lời giải

Chọn C.

ĐKXĐ: $x > \dfrac{1}{2}$.

Do $0 < \dfrac{1}{2} < 1$ nên BPT $\Leftrightarrow x + 1 > 2x - 1$ hay $x < 2$

Kết hợp điều kiện xác định suy ra $\dfrac{1}{2} < x < 2$

Câu 23. [2D2-4.2-2] Tính đạo hàm của hàm số .

A. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{1+\sqrt{x+1}}$.

C. $y'=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$.

Lời giải

Chọn A.

$$y'=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{1+\sqrt{x+1}}=\frac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$$

Câu 24. [2D2-6.3-2] Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log^2 x+\log_3 x.\log 27-4=0$. Tính giá trị của biểu thức $A=\log x_1+\log x_2$

A. $A=3$. **B.** $A=-3$. **C.** $A=-2$. **D.** $A=4$.

Lời giải

Chọn C.

$$PT\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \log^2 x+3\log_3 x.\log 3-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \left(\log x\right)^2+3\log x-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \left[\begin{array}{l}\log x=1\\ \log x=-4\end{array}\right.\end{cases}$$

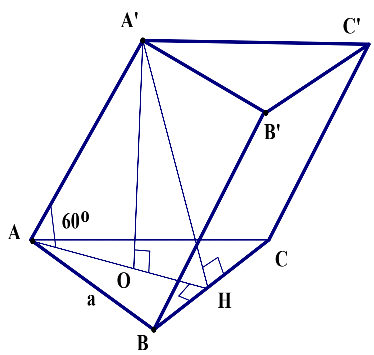
$$\Rightarrow\begin{cases}\log x_1=1\\ \log x_2=-3\end{cases}\Rightarrow A=-3.$$

Câu 25. [2H1-3.2-2] Cho khối lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên tạo với mặt đáy một góc 60^0 và hình chiếu của một đỉnh xuống mặt đáy trùng với trọng tâm của mặt đáy đó. Tính thể tích khối lăng trụ?

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$. **C.** $\dfrac{1}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn D.



ΔABC đều nên $AO=\dfrac{2}{3}AH=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

$\angle(A'A,(ABC))=\angle(A'A,AO)=\widehat{A'AO}=60^0$.

$\Rightarrow A'O=AO.\tan 60^0=a$. $\Rightarrow V=S_{ABC}.A'O=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 26. **[2H2-2.5-2]** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{\pi a^2 h}{9}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^2 h}{3}$. **C.** $V = 3\pi a^2 h$. **D.** $V = \pi a^2 h$.

Lời giải

Chọn B.

Áp dụng ta sẽ tính bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy là chính là $\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$, do đó:

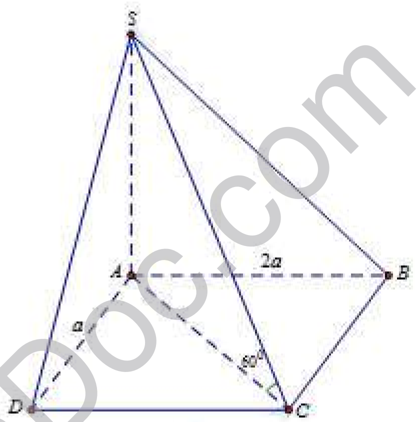
$V = \pi R^2 h = \pi \dfrac{a^2 h}{3}$.

Câu 27. **[2H1-2.1-2]** Cho hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), đáy ABCD là hình chữ nhật có $AB = 2a, AD = a$. Cạnh bên SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp S.ABD theo a.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **B.** $V = 2a^3\sqrt{15}$. **C.** $V = a^3\sqrt{15}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $S_{ABCD} = a.2a = 2a^2$

$AC = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}; SA = AC\tan 60^0 = a\sqrt{5}.\sqrt{3} = a\sqrt{15}$

Thể tích của khối chóp S.ABD là:

$V = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{15}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 28. **[2H1-2.1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a và SA vuông góc đáy $ABCD$ và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc $60°$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

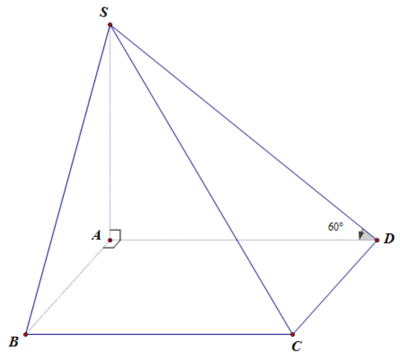
Lời giải

Chọn A.

Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $S_{ABCD} = a^2$

Ta có: $\left[\widehat{(SCD);(ABCD)}\right] = \left(\widehat{SD;AD}\right) = \widehat{SDA} = 60°$

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}a^2.\tan\widehat{SDA}.AD = \dfrac{1}{3}a^2.\tan 60°.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$



Câu 29. **[2H1-2.4-2]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AD = 2a, AB = a$. Gọi H là trung điểm của AD, biết $SH \perp (ABCD)$. Tính thể tích khối chóp biết $SA = a\sqrt{5}$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Đáy là hình chữ nhật $ABCD$ nên $S_{ABCD} = AD.AB = 2a.a = 2a^2$

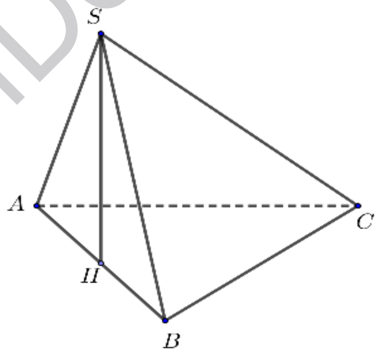
Xét $\Delta SHA \perp H : SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.2a.2a^2 = \frac{4}{3}a^3$

Câu 30. **[2H1-2.2-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC). Tính thể tích V của khối chóp $ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải



Chọn D.

Dựng $SH \perp BC$, do $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Ta có ΔSAB vuông cân tại S, AB=$a \Rightarrow SH = \frac{a}{2}$

ΔABC đều cạnh $a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 31. **[2D1-7.1-3]** Cho hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) cắt hai trục tọa độ lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân, có phương trình là:

A. $y = x + 1$. **B.** $y = x + 4$. **C.** $y = x - 4$. **D.** $y = x$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y' = \dfrac{1}{(x+1)^2} > 0$, $\forall x \neq -1$.

Vì tiếp tuyến của đồ thị (C) cắt hai trục tọa độ lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân nên tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = x$.

Suy ra tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $k = \pm 1$.

Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là tiếp điểm của (C) và tiếp tuyến cần tìm $\Rightarrow y'(x_0) = 1$ (vì $y' > 0, \forall x \neq 1$).

Ta có: $y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{(x_0+1)^2} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \ \Rightarrow y_0 = 0 \ \Rightarrow M\left(0;0\right) \\ x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 2 \ \Rightarrow M\left(-2;2\right) \end{array}\right.$

- Trường hợp 1: $M\left(0;0\right)$ (loại vì $M \equiv O$)
- Trường hợp 2: $M\left(-2;2\right) \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y = x + 4$.

Câu 32. **[2D2-4.8-3]** Một người gửi vào ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất ban đầu 6%/năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Cứ sau một năm lãi suất lại tăng 0,5%. Hỏi sau 3 năm tổng số tiền người đó nhận được gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 602 triệu. **B.** 604 triệu. **C.** 603 triệu. **D.** 605 triệu.

Lời giải

Chọn B.

Năm đầu người đó có $M_1 = A(1+r)$

Năm 2: $M_2 = A(1+r)(1+r+0.5\%)$

Năm 3:

$M_3 = A(1+r)(1+r+0,5\%)(1+r+1\%) = 500.(1+6\%)(1+6,5\%)(1+7\%) \approx 603,9615$

Câu 33. **[2D2-6.7-3]** Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x - \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 1} = m\left(\log_4 x^2 - 3\right)$ có nghiệm thuộc $\left[16;+\infty\right)$. Số phần tử của tập S là:

A. 2. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$. Do $x \in \left[16;+\infty\right) \Rightarrow t \in \left[4;+\infty\right)$. Khi đó phương trình trở thành:

$\sqrt{t^2 + 2t - 1} = m\left(t-3\right)$.

+ Ta thấy $t = 3$ không là nghiệm của phương trình.

+ Với $t \neq 3$ ta có:

$$m = \frac{\sqrt{t^2+2t-1}}{t-3} = f\left(t\right), t \in \left[4;+\infty\right),\ f'\left(x\right) = \frac{-4t-2}{\left(t-3\right)^2.\sqrt{t^2+2t-1}} < 0, \forall t \in \left[4;+\infty\right).$$

Bảng biến thiên:

t	2		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	$\sqrt{23}$	$\searrow$	1

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có nghiệm khi $1 < m \leq \sqrt{23}$.

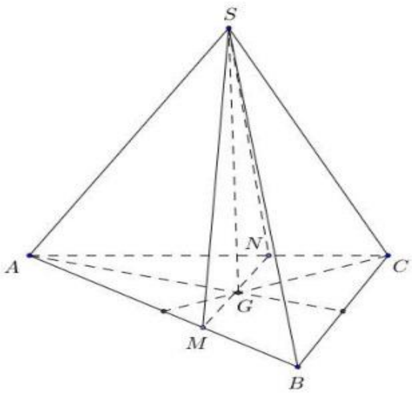
Vậy S có số phần tử là 3.

Câu 34. **[2H1-2.3-3]** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy là 60^0. Đường thẳng qua trọng tâm G của tam giác ABC và song song cạnh BC cắt hai cạnh AB, AC tại M, N. Tính thể tích V khối chóp $SMNCB$

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn A.



Vì $MN\,//\,BC \Rightarrow \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{2}{3}$

$$\Rightarrow \frac{V_{ASMN}}{V_{ASBC}} = \frac{AS}{AS}.\frac{AM}{AB}.\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}.\frac{2}{3} = \frac{4}{9} \longrightarrow V_{ASMN} = \frac{4}{9}V_{ASBC}$$

$$\Rightarrow V_{SMNCB} = \frac{5}{9}V_{SABC}.$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3}.SG.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12} \text{ (đvtt)}$$

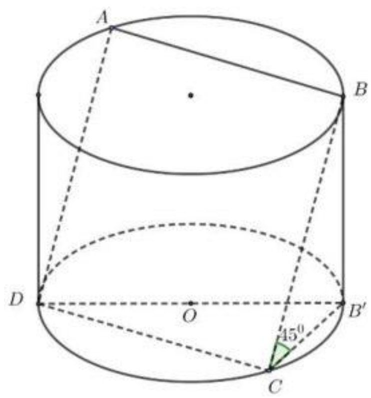
$$\Rightarrow V_{SMNCB} = \frac{5}{9}.\frac{a^3\sqrt{3}}{12} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{108} \text{ (đvtt).}$$

Câu 35. **[2H2-2.3-3]** Bên trong khối trụ (*T*) có một hình vuông *ABCD* cạnh bằng *a* mà hai đỉnh *A, B* nằm trên đường tròn đáy thứ nhất, hai đỉnh *C, D* nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng chứa hình vuông tạo với mặt đáy hình trụ một góc 45^0. Tính thể tích *V* của khối trụ (*T*).

A. $V = \dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{16}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{16}$. **C.** $V = \dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn A.



Kẻ đường sinh BB'. Ta có $DC \perp BB', DC \perp CB \Rightarrow DC \perp CB' \Rightarrow$ DB' là đường kính của đường tròn đáy.

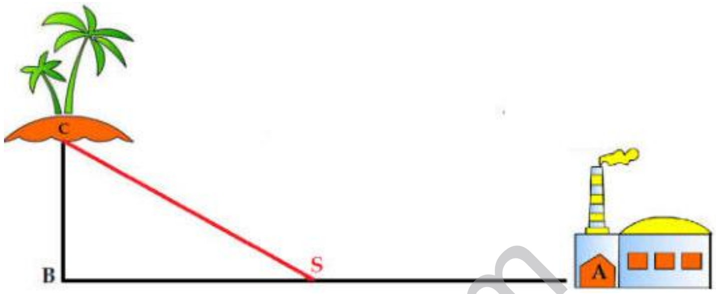
Góc giữa mp(ABCD) và (B'CD) bằng góc

$\widehat{BCB'} \Rightarrow \widehat{BCB'} = 45^0 \Rightarrow h = BB' = B'C = \dfrac{1}{\sqrt{2}}BC = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$

$B'D = \sqrt{CD^2 + CB'^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a \Rightarrow R = \dfrac{B'D}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{4}a$

Thể tích khối trụ (T) là $V = \pi R^2 h = \dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 36. **[2D1-3.14-4]** Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo C và khoảng cách ngắn nhất từ B đến C là 1 km, khoảng cách từ B đến A là 4 km được minh họa bằng hình vẽ sau:



Biết rằng mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí mất 5000 USD, còn đặt dưới đất chi phí mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là chi phí là ítnhất ?

A. $\dfrac{15}{4}km$. **B.** $\dfrac{13}{4}km$. **C.** $\dfrac{10}{4}km$.. **D.** $\dfrac{19}{4}km$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $x\left(km\right)$ là khoảng cách từ S đến tới điểm $B \Rightarrow SB = x\left(0 < x < 4\ km\right)$. Khi đó

$SA = 4 - x\left(km\right) \Rightarrow SC = \sqrt{BC^2 + BS^2} = \sqrt{1 + x^2}\ (km)$

Chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là:

$$C\left(x\right) = 3000\left(4 - x\right) + 5000\sqrt{1 + x^2},\ \text{với } 0 < x < 4$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $C\left(x\right)$ với $0 < x < 4$

$\Rightarrow C'\left(x\right) = -3000 + \dfrac{5000x}{\sqrt{1 + x^2}} = 1000\left(\dfrac{5x - 3\sqrt{1 + x^2}}{\sqrt{1 + x^2}}\right)$

$C'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3\sqrt{1 + x^2} = \Leftrightarrow 3\sqrt{1 + x^2} = 5x \Leftrightarrow 9\left(1 + x^2\right) = 25x^2\ \left(do\ 0 < x < 4\right)$

$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{9}{16} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3}{4}(tm) \\ x = -\dfrac{3}{4}(ktm) \end{array}\right.\left(do\ 0 < x < 4\right)$.Lại có: $C''\left(x\right) = \dfrac{5000}{\left(\sqrt{1 + x^2}\right)^3} > 0, \forall x \in \left(0;4\right)$.

Do đó $\min\limits_{(0;4)} C\left(x\right) = C\left(\dfrac{3}{4}\right) = 16000$ (USD).

Vậy, để chi phí ít tốn kém nhất thì điểm S phải cách A là $AB - BS = 4 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{13}{4}km$

Câu 37. **[2D1-6.3-4]** Phương trình $x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\frac{1}{4} \le m \le 2$. **B.** $-1 \le m \le 3$. **C.** $-\frac{1}{4} \le m \le \frac{3}{4}$. **D.** Không tồn tại m.

Lời giải

Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có $x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2 \Leftrightarrow m = \dfrac{x^3+x^2+x}{x^4+2x^2+1}$ (1)

Xét hàm số $y = \dfrac{x^3+x^2+x}{x^4+2x^2+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

$$y' = \frac{(x^3+x^2+x)'(x^4+2x^2+1)-(x^3+x^2+x)(x^4+2x^2+1)'}{(x^4+2x^2+1)^2}$$

$$= \frac{(3x^2+2x+1)(x^4+2x^2+1)-(x^3+x^2+x)(4x^3+4x)}{(x^4+2x^2+1)^2}$$

$$= \frac{-x^6-2x^5-x^4+x^2+2x+1}{(x^4+2x^2+1)^2}$$

$$= \frac{(-x^4+1)(x^2+2x+1)}{(x^4+2x^2+1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow (-x^4+1)(x^2+2x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$\frac{3}{4}$	$\searrow$	0

Phương trình (1) có bốn nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3+x^2+x}{x^4+2x^2+1}$ tại bốn điểm phân biệt. Từ BBT ta thấy không có m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 38. **[2D2-3.1-4]** Cho $a > 0; b > 0$ thỏa điều kiện: $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{16}(a+b)$. Giá trị của biểu thức

$$S = \log_4 \frac{a(1+\sqrt{5})}{b} + \log_8 \sqrt{\frac{a(1+\sqrt{5})}{b}} + \log_{16} \sqrt[3]{\frac{a(1+\sqrt{5})}{b}} + \ldots + \log_{2^{2018}} \sqrt[2017]{\frac{a(1+\sqrt{5})}{b}}$$ là:

A. $\frac{1}{2017}$. **B.** $\frac{2018}{2017}$. **C.** $\frac{2017}{2018}$. **D.** $\frac{1}{2018}$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{16}\left(a+b\right) = t \Rightarrow \begin{cases} a = 9^t \\ b = 12^t \\ a + b = 16^t \end{cases}$

$$\Rightarrow 9^t + 12^t = 16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\left(vn\right) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9}{12}\right)^t = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow \frac{a\left(1+\sqrt{5}\right)}{b} = \frac{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}{2} = 2$$

$$S = \log_4 \frac{a\left(1+\sqrt{5}\right)}{b} + \log_8 \sqrt{\frac{a\left(1+\sqrt{5}\right)}{b}} + \log_{16} \sqrt[3]{\frac{a\left(3+\sqrt{5}\right)}{b}} ... + \log_{2^{2018}} \sqrt[2017]{\frac{a\left(1+\sqrt{5}\right)}{b}}$$

$$= \log_4 2 + \log_8 \sqrt{2} + \log_{16} \sqrt[3]{2} + ... + \log_{2^{2018}} \sqrt[2017]{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ... + \frac{1}{2017.2018}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + ... + \left(\frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}\right) = 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}$$

Câu 39. **[2D2-4.9-4]** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t (phút). Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con ?

A. 48 phút. **B.** 19 phút. **C.** 7 phút. **D.** 12 phút.

Lời giải

Chọn C.

Theo giả thiết $\Rightarrow 62500 = s\left(0\right).2^3 \rightarrow s\left(0\right) = \frac{625000}{8}$

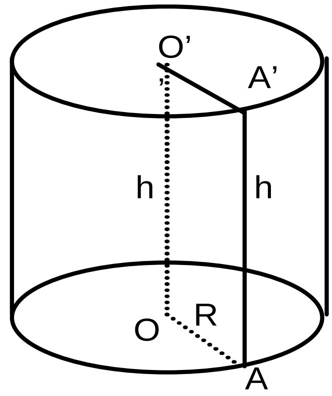
khi số vi khuẩn là 10 triệu con thì $10^7 = s\left(0\right).2^t \Rightarrow 2^t = 128 \Rightarrow t = 7$ (phút)

Câu 40. **[2H2-2.7-4]** Một nhà sản suất cần thiết kế một thùng đựng dầu nhớt hình trụ có nắp đậy với dung tích là $2000dm^3$. Để tiết kiệm nguyên liệu nhất thì bán kính của nắp đậy phải bằng bao nhiêu.

A. $\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}dm$. **B.** $\frac{20}{\sqrt[2]{\pi}}dm$. **C.** $\frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}dm$. **D.** $\frac{20}{\sqrt[3]{2\pi}}dm$.

Lời giải

Chọn A.



Để tiết kiệm nguyên liệu nhất thì diện tích toàn phần của hình trụ phải nhỏ nhất

Gọi bán kính nắp đậy và chiều cao của hình trụ lần lượt là $x(dm)$ và $h(dm)$

Thể tích hình trụ là $2000 = \pi x^2 h \Rightarrow h = \dfrac{2000}{\pi x^2}$

Diện tích toàn phần $S_{tp} = 2\pi x^2 + 2\pi xh = 2\pi x^2 + 2\pi x.\dfrac{2000}{\pi x^2} = 2\pi x^2 + \dfrac{4000}{x}$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương:

$2\pi x^2 + \dfrac{2000}{x} + \dfrac{2000}{x} \ge 3\sqrt[3]{2\pi x^2.\dfrac{2000}{x}.\dfrac{2000}{x}} = 600\sqrt[3]{\pi}$

Stp nhỏ nhất $\Leftrightarrow 2\pi x^2 = \dfrac{2000}{x} \Leftrightarrow x^3 = \dfrac{1000}{\pi} \Leftrightarrow x = \dfrac{10}{\sqrt[3]{\pi}}$

Vậy để tiết kiệm nguyên liệu nhất thì bán kính nắp đậy phải bằng $\dfrac{10}{\sqrt[3]{\pi}}$

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. **[2D1-2.14-3]** Cho hàm số $y = x^4 - mx^2 + m - 1\ (C_m)$, m là tham số thực. Tìm m để (C_m) có ba điểm cực trị lập thành một tam giác có một góc bằng 120°.

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 - 2mx = 2x(2x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{m}{2} \end{array}\right.$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Với $m > 0$ thì đồ thị (C_m) có ba điểm cực trị là: $A(0;m-1)$, $B\left(-\sqrt{\dfrac{m}{2}};-\dfrac{m^2}{4}+m-1\right)$ và $C\left(\sqrt{\dfrac{m}{2}};-\dfrac{m^2}{4}+m-1\right)$.

Suy ra hai điểm B và C đối xứng với nhau qua trục tung. Do đó, tam giác ABC cân tại A.

Suy ra $\widehat{BAC} = 120^\circ$.

Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABC, ta có:

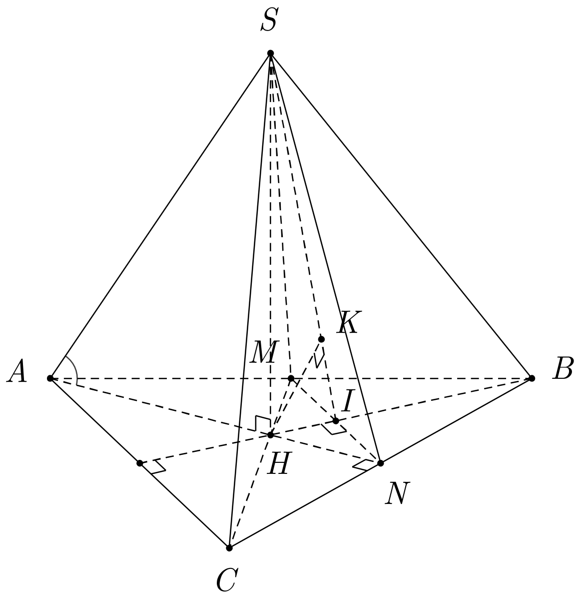
$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\widehat{BAC} \Leftrightarrow BC^2 = 3AB^2$

$\Leftrightarrow 2m = 3\left(\dfrac{m}{2} + \dfrac{m^4}{16}\right) \Leftrightarrow m^3 = \dfrac{8}{3} \Leftrightarrow m = \dfrac{2}{\sqrt[3]{3}}$ (thỏa mãn điều kiện).

Kết luận: $m = \dfrac{2}{\sqrt[3]{3}}$ là giá trị cần tìm.

Câu 2. **[2H1-2.3-4]** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc 60°. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SMN).

Lời giải



Gọi H là tâm của tam giác đều ABC, ta có: $SH \perp (ABC)$.

Suy ra AH là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SA trên mặt phẳng (ABC). Do đó, ta có $\widehat{SAH}$ là góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC). Suy ra $\widehat{SAH} = 60^\circ$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên có diện tích $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và

$$AH = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Tam giác SAH vuông tại H có $\widehat{SAH} = 60^\circ \Rightarrow SH = AH.\tan 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{3} = a$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ (đvtt).

Gọi $I = AH \cap MN$, ta có: $\begin{cases} AH \perp BC \\ MN // BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp MN \Rightarrow MN \perp (SAH) \Rightarrow (SMN) \perp (SAH)$ theo giao tuyến SI.

Trong mặt phẳng (SAH), kẻ $HK \perp SI$ tại K, ta có: $HK \perp (SMN) \Rightarrow HK = d\left(H;(SMN)\right)$.

Ta có: $HI = BH - IB = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} - \dfrac{a\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a\sqrt{3}}{12}$.

Tam giác SHI vuông tại H có HK là đường cao $\Rightarrow \dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{49}{a^2} \Rightarrow HK = \dfrac{a}{7}$.

Ta có:

$$CH \cap (SMN) = M \Rightarrow \frac{d\left(C;(SMN)\right)}{d\left(H;(SMN)\right)} = \frac{CM}{HM} = 3 \Rightarrow d\left(C;(SMN)\right) = 3d\left(H;(SMN)\right) = 3HK.$$

Vậy $d\left(C:(SMN)\right) = \dfrac{3a}{7}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.C	4.B	5.B	6.C	7.C	8.A	9.C	10.A
11.A	12.D	13.B	14.A	15.A	16.A	17.C	18.C	19.B	20.D
21.B	22.C	23.A	24.B	25.D	26.B	27.A	28.A	29.C	30.D
31.B	32.B	33.D	34.A	35.A	36.B	37.D	38.C	39.C	40.A

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 13

PHẦN I: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. **[2D1-1.1-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{-4+2x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.
B. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

Ta có $y'=\dfrac{-10}{(2x-4)^2}<0,\forall x\in D$

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 2. **[2D1-2.3-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hàm số $y=f(x)$ có 1 cực đại và 2 cực tiểu.
B. Hàm số   có 1 cực đại và 1 cực tiểu.
C. Hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 cực trị.
D. Hàm số $y=f(x)$ có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

Lời giải

Chọn B.

Câu 3. **[2D1-4.3-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{4x+5}{3x-2}$ có đồ thị là (C). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (C) có tiệm cận ngang $y=-\dfrac{5}{2}$..
B. (C) có tiệm ngang $y=\dfrac{4}{3}$..
C. (C) có tiệm đứng $x=\dfrac{3}{2}$..
D. (C) không có tiệm cận.

Lời giải

Chọn B.

Câu 4. **[2D1-1.3-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;\, 1)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;\, 3)$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên.

Câu 5. **[2D1-1.2-1]** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+	||	+	
y	2	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	2

A. $y=\dfrac{x+2}{1+x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta có
Hàm số nhận $y=2$ làm tiệm cận ngang.
Hàm số nhận $x=-1$ làm tiệm cận đứng.
Hàm số đồng biến, tức có $y'>0$.

Câu 6. **[2D1-2.6-1]** Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=x^3-3x^2+4$ là.

A. $y_{CT}=1$. **B.** $y_{CT}=0$. **C.** $y_{CT}=4$. **D.** $y_{CT}=2$.

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-6x.$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y(0)=4\\x=2\Rightarrow y(2)=0\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

$\Rightarrow y_{CT}=y(2)=0$.

Câu 7. **[2D-6.1-1]** Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$.

A. $x=63$. **B.** $x=65$. **C.** $x=80$. **D.** $x=82$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tương đương $\Leftrightarrow x-1=4^3=64\Leftrightarrow x=65$. .

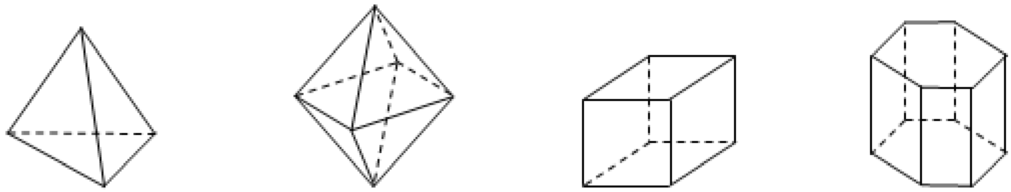
Câu 8. **[2H1-2.8-1]** Chọn khái niệm đúng

A. Hai khối đa diện có thể tích bằng nhau thì bằng nhau.
B. Hai khối lăng trụ có chiều cao bằng nhau thì thể tích bằng nhau.
C. Hai khối chóp có hai đáy là hai tam giác đều bằng nhau thì thể tích bằng nhau.
D. Hai khối đa diện bằng nhau có thể tích bằng nhau.

Lời giải

Chọn D.

Câu 9. **[2H1-1.2-1]** Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



A. Tứ diện đều. **B.** Bát diện đều.
C. Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải

Chọn A.

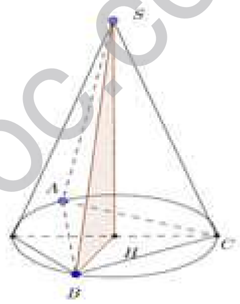
Dễ dàng thấy bát diện đều, hình lập phương và lăng trục lục giác đều có tâm đối xứng. Còn tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Câu 10. **[2H2-1.2-1]** Một hình tứ diện đều có cạnh bằng a, có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\frac{1}{3}\pi\sqrt{3}a^2$. **B.** $\frac{1}{3}\pi\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{1}{2}\pi\sqrt{3}a^2$. **D.** $\pi\sqrt{3}a^2$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $r = BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $l = SA = a \Rightarrow S_{xq} = \pi r l = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11. **[2D2-6.10-2]** Điều kiện xác định của phương trình $\log_x(2x^2 - 7x - 12) = 2$ là:

A. $x \in (0;1) \cup (1;+\infty)$. **B.** $x \in (-\infty;0)$. **C.** $x \in (0;1)$. **D.** $x \in (0;+\infty)$.

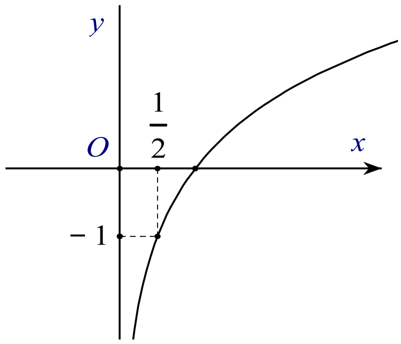
Lời giải

Chọn A

Biểu thức $\log_x(2x^2 - 7x - 12)$ xác

định $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 2x^2 - 7x + 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 2\left[(x - \frac{7}{4})^2 + \frac{47}{16}\right] > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0;1) \cup (1;+\infty)$.

Câu 12. **[2D2-4.7-2]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\log_2 x$.   **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$.   **C.** $y=\log_{\sqrt{2}} x$.   **D.** $y=\log_2(2x)$

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy đây là đồ thị hàm số $y=\log_a x$. Điểm $\left(\frac{1}{2};-1\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên $-1=\log_a \frac{1}{2} \Rightarrow a^{-1}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{1}{2} \Rightarrow a=2$. Hàm số là $y=\log_2 x$.

Câu 13. **[2D1-1.5-2]** Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-mx^2+3x+4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là.

A. $-2\le m\le 2$.   **B.** $-3\le m\le 3$.   **C.** $m\ge 3$.   **D.** $m\le -3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=3x^2-2mx+3$

Hàm số đồng biến trên R

$\Leftrightarrow y'(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'\le 0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m^2-9\le 0\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m\in[-3;3]$.

Câu 14. **[2D1-2.1-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$ khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

D. Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số thì $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\ne 0$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 15. **[2D2-1.3-2]** Với điều kiện nào của a thì $(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}$?

A. $a>2$.   **B.** $a>1$.   **C.** $1<a<2$.   **D.** $0<a<1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-\frac{2}{3}<-\frac{1}{3}$, kết hợp với $(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}$. Suy ra hàm số đặc trưng $y=(a-1)^x$ đồng biến.Do đó suy ra cơ số $a-1>1\Leftrightarrow a>2$.

Câu 16. **[2D2-5.3-2]** Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\frac{1}{4+\log_2 x}+\frac{2}{2-\log_2 x}=1$. Khi đó $x_1.x_2$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 4 \\ x \neq \frac{1}{16} \end{cases}$.

Đặt $t = \log_2 x$,điều kiện $\begin{cases} t \neq -4 \\ t \neq 2 \end{cases}$. Khi đó phương trình trở thành:

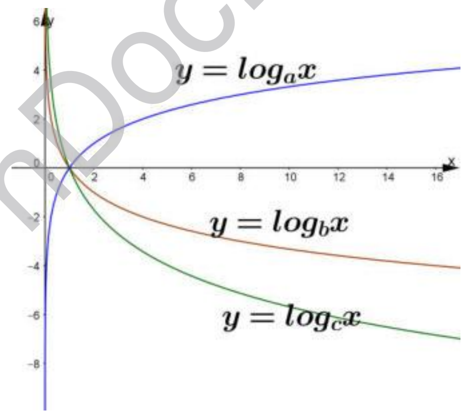
$$\frac{1}{4+t} + \frac{2}{2-t} = 1 \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = -2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{4} \end{array}\right.$$

Vậy $x_1.x_2 = \frac{1}{8}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{4}$.

Câu 17. **[2D2-4.10-2]** Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b < c < a$.. **B.** $a < b < c$.. **C.** $c < a < b$.. **D.** $a < c < b$.

Lời giải

Chọn A.

Do đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đi lên từ trái sang phải trên khoảng $(0; +\infty)$ nên hàm số đồng biến, suy ra $a > 1$.

Mặc khác đồ thị hàm số $y = \log_b x; y = \log_c x$ đi xuống từ trái sang phải trên khoảng $(0; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến, suy ra $b < 1; c < 1$.

Mà từ đồ thị ta xét tại $x = 2 \Rightarrow \log_b 2 > \log_c 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 b} > \frac{1}{\log_2 c}$ nhân hai vế $\log_2 b.\log_2 c > 0$

Ta được $\log_2 c > \log_2 b \Leftrightarrow c > b$.

Vậy: $a > c > b$.

Câu 18. **[2D2-4.5-2]** Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trong khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=x^2+\log_2 x$. **C.** $y=x+\log_2 x$. **D.** $y=\log_2 \frac{1}{x}$

Lời giải

Chọn D.

Ta thấy hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ nên **A, B, C** loại.

Kiểm tra $y=\log_2 \frac{1}{x}$ có $y'=-\frac{1}{x\ln 2}<0, \forall x\in(0;+\infty)$.

Câu 19. **[2D-4.2-2]** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log(\ln 2x)$.

A. $y'=\frac{2}{x\ln 2x.\ln 10}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 2x.\ln 10}$. **C.** $y'=\frac{1}{2x\ln 2x.\ln 10}$. **D.** $y'=\frac{1}{x\ln 2x}$

Lời giải

Chọn B.

$$y'=\frac{(\ln 2x)'}{\ln 2x.\ln 10}=\frac{1}{x.\ln 2x.\ln 10}.$$

Câu 20. **[2D-4.2-2]** Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(x+1)-2\ln(x-1)+2x$ tại điểm $x=2$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{3\ln 3}+2$. **C.** $\frac{1}{3\ln 3}-1$. **D.** $\frac{1}{3\ln 3}$.

Lời giải.

Chọn D.

Sử dụng công thức $(\log_a u)'=\frac{u'}{u\ln a}$, ta được

$$y'=\frac{1}{(x+1)\ln 3}-2.\frac{1}{x-1}+2\Rightarrow y'(2)=\frac{1}{3\ln 3}-2+2=\frac{1}{3\ln 3}.$$

Câu 21. **[2H1-2.1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=a, AD=2a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tính khối chóp $S.ABC$ bằng

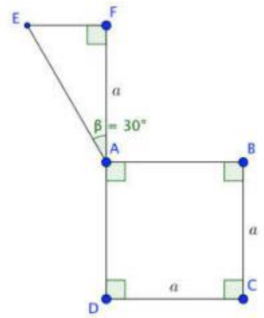
A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. **[2H2-2.8-2]** Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF



A. $\frac{10\pi a^3}{9}$. **B.** $\frac{10\pi a^3}{7}$. **C.** $\frac{5\pi a^3}{2}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $EF = AF.\tan\beta = a.\tan 30^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Khi quay quanh trục DF, tam giác AEF tạo ra một hình nón có thể tích

$V_1 = \dfrac{1}{3}\pi.EF^2.AF = \dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2.a = \dfrac{\pi a^3}{9}$

Khi quay quanh trục DF, hình vuông $ABCD$ tạo ra một hình trụ có thể tích

$V_2 = \pi.DC^2.BC = \pi.a^2.a = \pi a^3$

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF là

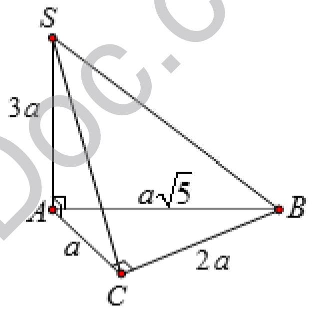
$V = V_1 + V_2 = \dfrac{\pi a^3}{9} + \pi a^3 = \dfrac{10}{9}\pi a^3$.

Câu 23. **[2H1-2.1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $AB = a\sqrt{5}$, $AC = a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABC$. bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}a^3$.. **B.** $3a^3$.. **C.** a^3.. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn C.



Vì ΔABC vuông nên áp dụng pitago.

$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$..

Diện tích đáy $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.a.2a = a^2$.

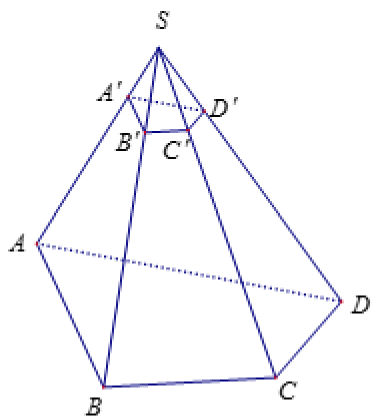
Thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA = \dfrac{1}{3}.a^2.3a = a^3$..

Câu 24. **[2H1-2.5-2]** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA = 4SA'$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm B', C', D'. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:

A. $\dfrac{V}{64}$. **B.** $\dfrac{V}{4}$. **C.** $\dfrac{V}{16}$. **D.** $\dfrac{V}{256}$.

Lời giải

Chọn A.



$\dfrac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{1}{64}$.

$\dfrac{V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ADC}} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SD'}{SD}.\dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{1}{64}$.

Suy ra $V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'} = \dfrac{1}{64}\left(V_{S.ABC} + V_{S.ADC}\right)$.

hay $V_{S.A'B'C'D'} = \dfrac{1}{64}V_{S.ABCD} = \dfrac{V}{64}$.

Câu 25. **[2H1-2.3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Nếu khối chóp có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và thể tích là $3a^3\sqrt{3}$ thì cạnh đáy có độ dài là:

A. a. **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi độ dài cạnh đáy là x.

Có $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}x^2.a\sqrt{3} \Leftrightarrow 3a^3\sqrt{3} = \dfrac{1}{3}x^2.a\sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 = 9a^2 \Leftrightarrow x = 3a.$.

Câu 26. **[2H2-1.3-2]** Tính thể tích của một khối nón có góc ở đỉnh là $90°$, bán kính hình tròn đáy là a?

A. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Hình nón có góc ở đỉnh $90°$, bán kính hình tròn đáy là a nên $r = a, h = a$.

Khi đó thể tích của hình nón $V = \dfrac{1}{3}\pi.a^2.h = \dfrac{\pi a^3}{3}$.

Câu 27. **[2D1-2.16-3]** Giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai đểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$ là

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + m$

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow 9-3\text{m}>0 \Leftrightarrow \text{m}<3$.

Áp dụng định lý vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=\dfrac{m}{3} \end{cases}$

Có $x_1^2+x_2^2=6 \Leftrightarrow 4-\dfrac{2m}{3}=6 \Leftrightarrow m=-3$ (nhận).

Câu 28. **[2D1-1.5-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m\ge -3$. **C.** $m<-3$. **D.** $m\le -3$.

Lời giải

Chọn D.

$y'=3x^2+6x-m$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0) \Leftrightarrow y'\ge 0, \forall x\in(-\infty,0)$

$\Leftrightarrow 3x^2+6x-m\ge 0, \forall x\in(-\infty,0) \Leftrightarrow m\le 3x^2+6x, \forall x\in(-\infty,0)$

Xét hàm số $g(x)=3x^2+6x$ trên $(-\infty;0)$ có $g'(x)=6x+6$

x	$-\infty$		-1		0
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;0) \Leftrightarrow m\le g(x), \forall x\in(-\infty;0) \Leftrightarrow m\le -3$.

Câu 29. **[2D1-2.10-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A. $m=1$. **B.** $m=\sqrt[3]{3}$. **C.** $m=\dfrac{\sqrt[3]{6}}{2}$. **D.** $m=\dfrac{\sqrt[3]{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$y'=4x^3-4mx$

$y'=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x^2=m$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0$

Gọi tọa độ của 3 điểm cực trị là:

$A(0;2m+m^4); B(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m); C(\sqrt{m};m^4-m^2+2m)$

Ta thấy ΔABC cân tại A nên ΔABC đều $\Leftrightarrow AB=BC \Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{m})^2+(m^2)^2}=2\sqrt{m}$.

$\Leftrightarrow m+m^4=4m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\sqrt[3]{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow m=\sqrt[3]{3}\,(do\ m>0)$.

Câu 30. **[2H1-2.3-3]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với đáy một góc 45^0. Thể tích V khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{9}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{1}{24}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$, M là trung điểm của BC

$\widehat{SMH}=45^0 \Rightarrow SH=HM=\dfrac{a}{2}\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 31. **[2H1-3.10-3]** Một khối lăng trụ tam giác đều có thể tích là $V=16a^3$. Để diện tích toàn phần của hình lăng trụ đó nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ có độ dài là

A. $2a$. **B.** $3a$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $4a$.

Lời giải

Chọn D

- Phương pháp: +Tính diện tích toàn phần của lăng trụ

+Sử dụng phương pháp hàm số để tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích toàn phần hình lăng trụ.

- Cách giải:

Gọi độ dài cạnh đáy của hình lăng trụ là $x(x>0)$; chiều cao là h.

Diện tích đáy của lăng trụ là $2.\dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{x^2\sqrt{3}}{2}$; diện tích xung quanh của lăng trụ là 3xh.

Ta có: $V=S_d.h \Leftrightarrow 16a^3=\dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}.h \Rightarrow h=\dfrac{64a^3}{x^2\sqrt{3}}$

Diện tích toàn phần của lăng trụ $S=\dfrac{x^2\sqrt{3}}{2}+3xh=\dfrac{x^2\sqrt{3}}{2}+3x.\dfrac{64a^3}{x^2\sqrt{3}}=\dfrac{x^2\sqrt{3}}{2}+\dfrac{64\sqrt{3}a^3}{x}$

$S'=x\sqrt{3}-\dfrac{64\sqrt{3}a^3}{x^2}; S'=0 \Leftrightarrow x^3=64a^3 \Leftrightarrow x=4a$

Suy ra diện tích toàn phần nhỏ nhất khi $x=4a$.

Câu 32. **[2D1-1.8-4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-5;5)$ để hàm số $y=\dfrac{-\cos x+m}{\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y'=\dfrac{-2m.(-\sin x)}{(\cos x+m)^2}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

$y'>0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow \dfrac{-2m(-\sin x)}{(\cos x+m)^2}>0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow \dfrac{-2m}{(\cos x+m)^2}<0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-2m<0\\ -m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow m>0$ (Vì $-\sin x<0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$)

Mặt khác $m\in(-5,5)$ nên $m=1,2,3,4$.

Câu 33. **[2H1-2.8-4]** Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $SA=SB=SC=a$. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{3a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Kẻ $SH \perp (ABCD)$ tại H => H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.Mà ΔABC cân tại B và $AC \perp BD \Rightarrow H \in BD$.Gọi O là giao điểm AC và BD.

Ta có: $\Delta SAC = \Delta BAC\ (c.c.c) \Rightarrow SO = OB = \frac{1}{2}BD \Rightarrow \Delta SBD$ vuông tại S.

$\Rightarrow SH.BD = SB.SD \Rightarrow V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}SH.\frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{6}SB.SD.AC = \frac{1}{6}a.AC.SD$

Lại có $SD = \sqrt{BD^2 - SB^2} = \sqrt{BD^2 - a^2}$ .Mà

$AC = 2OA = 2\sqrt{AB^2 - OB^2} = 2\sqrt{a^2 - \frac{BD^2}{4}} = \sqrt{4a^2 - BD^2}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{6}a.\sqrt{4a^2 - BD^2}.\sqrt{BD^2 - a^2} \le \frac{a}{6}.\frac{(4a^2 - BD^2) + (BD^2 - a^2)}{2} = \frac{a^3}{4}$..

Câu 34. **[2D2-4.8-4]** Anh Nam mong muốn rằng sau 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiền tiết kiệm như nhau hàng năm gần nhất với giá trị nào sau đây, biết rằng lãi suất của ngân hàng là 8% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

A. $253,5$ triệu. **B.** 251 triệu. **C.** 253 triệu. **D.** $252,5$ triệu.

Lời giải

Chọn D

Giả sử anh Nam bắt đầu gửi A đồng vào ngân hàng từ đầu kì 1 với lãi suất là r.

- Cuối kì 1 có số tiền là: $C_1^+ = A(1+r)$.
- Đầu kì 2 có số tiền là:

$C_2 = A(1+r) + A = A[(1+r)+1] = \frac{A}{(1+r)-1}.[(1+r)^2 - 1] = \frac{A}{r}[(1+r)^2 - 1]$.

Cuối kì 2 có số tiền là: $C_2^+ = \frac{A}{r}[(1+r)^2 - 1](1+r)$.

- Đầu kì 3 có số tiền là:

$C_3 = \frac{A}{r}[(1+r)^2 - 1](1+r) + A = \frac{A}{r}[(1+r)^3 - (1+r) + r] = \frac{A}{r}[(1+r)^3 - 1]$.

Cuối kì 3 có số tiền là:

$C_3^+ = \frac{A}{r}[(1+r)^3 - 1](1+r) = \frac{A}{r}[(1+r)^4 - (1+r)]$.

…………

Tổng quát, ta có cuối kì N có số tiền là: $C_N^+ = \frac{A}{r}[(1+r)^{N+1} - (1+r)]$.

Suy ra $A = \frac{C_N^+.r}{(1+r)^{N+1} - (1+r)}$.

Áp dụng công thức với $\begin{cases} C_N^+ = 2000000000 \\ n = 6 \\ r = 8\% = 0,08 \end{cases}$, ta được $A = 252435900$.

Câu 35. **[2D2-3.4-4]** Cho $\frac{\log a}{p} = \frac{\log b}{q} = \frac{\log c}{r} = \log x \ne 0; \frac{b^2}{ac} = x^y$. Tính y theo p, q, r.

A. $y = q^2 - pr$. **B.** $y = \frac{p+r}{2q}$. **C.** $y = 2q - p - r$. **D.** $y = 2q - pr$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\frac{b^2}{ac} = x^y \Leftrightarrow \log\frac{b^2}{ac} = \log x^y$

$\Rightarrow y\log x = 2\log b - \log a - \log c = 2q\log x - p\log x - r\log x$

$\Rightarrow y.\log x = (2q - p - r).\log x$

$\Rightarrow y = 2q - p - r$ (do $\log x \neq 0$).

Câu 36. **[2D2-5.7-4]** Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$. **B.** $[2;4]$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $6^x + (3-m)2^x - m = 0 \;(1) \Leftrightarrow \dfrac{6^x + 3.2^x}{2^x + 1} = m$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{6^x + 3.2^x}{2^x + 1}$ xác định trên $\mathbb{R}$, có

$f'(x) = \dfrac{12^x.\ln 3 + 6^x.\ln 6 + 3.2^x.\ln 2}{(2^x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Suy ra $0 < x < 1 \Leftrightarrow f(0) < f(x) < f(1) \Leftrightarrow 2 < f(x) < 4$ vì $f(0) = 2, f(1) = 4$

Vậy phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ khi $m \in (2;4)$.

Câu 37. **[2D2-6.4-4]** Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{1-x} = \sqrt{m + x - x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m \in \left[5;\dfrac{23}{4}\right]$. **B.** $m \in [5;6]$. **C.** $m \in \left(5;\dfrac{23}{4}\right) \cup \{6\}$. **D.** $m \in \left[5;\dfrac{23}{4}\right) \cup \{6\}$.

Lời giải

Chọn B

+) $\sqrt{2-x} + \sqrt{1-x} = \sqrt{m + x - x^2}$ (1)

Điều kiện: $-1 \leq x \leq 2$

+) $(1) \Leftrightarrow 3 + 2\sqrt{-x^2 + x + 2} = -x^2 + x + m$

Đặt: $-x^2 + x = t;\; f(x) = -x^2 + x;\; f'(x) = -2x + 1$

$f(-1) = 2, f(2) = -2, f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{4} \Rightarrow t \in \left[-2;\dfrac{1}{4}\right]$

$(1) \Leftrightarrow 3 + 2\sqrt{t+2} = t + m \Leftrightarrow 2\sqrt{t+2} = t + m - 3 \Leftrightarrow m = 2\sqrt{t+2} + 3 - t$

Đặt $f(t) = 2\sqrt{t+2} + 3 - t$

$f'(t) = \dfrac{1}{\sqrt{t+2}} - 1 = \dfrac{1 - \sqrt{t-2}}{\sqrt{t-2}}$. $f'(t) = 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{t-2} = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-2	-1	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
f'(t)					
f(t)		5 ↗	6	↘ $\frac{23}{4}$	

+) $-x^2+x=t \Leftrightarrow -x^2+x-t=0$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 1-4t>0 \Leftrightarrow t \le \frac{1}{4}$

Do đó để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì phương trình $(*)$ có nghiệm $t \in \left[-2;\frac{1}{4}\right]$. Từ bảng biến thiên $\Rightarrow m \in [5;6]$.

Câu 38. **[2D2-4.10-4]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\ln\left(16x^2+1\right)-(m+1)x+m+2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\infty)$.

A. $m \in (-\infty;-3]$. **B.** $m \in [3;+\infty)$. **C.** $m \in (-\infty;-3)$. **D.** $m \in [-3;3]$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y=\ln\left(16x^2+1\right)-(m+1)x+m+2$

$$y'=\frac{32x}{16x^2+1}-(m+1)$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{32x}{16x^2+1}-(m+1) \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Cách 1: $\frac{32x}{16x^2+1}-(m+1) \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 32x-(m+1)\left(16x^2+1\right) \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow -16(m+1)x^2+32x-(m+1) \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -16(m+1)<0 \\ \Delta' = 16^2-16(m+1)^2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ -16m^2-32m+240 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -5 \\ m \ge 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 3.$$

Cách 2: $\frac{32x}{16x^2+1}-(m+1) \le 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \frac{32x}{16x^2+1} \le m+1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m+1 \ge \max\limits_{\mathbb{R}} g(x)$, với $g(x)=\frac{32x}{16x^2+1}$

Ta có: $g'(x)=\frac{-512x^2+32}{\left(16x^2+1\right)^2}$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{4}$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0; g\left(\frac{1}{4}\right)=4; g\left(-\frac{1}{4}\right)=-4$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max\limits_{\mathbb{R}} g(x)=4$. Do đó: $m+1 \ge 4 \Leftrightarrow m \ge 3$.

Câu 39. **[2D2-3.12-4]** Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y=2\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4\left(x^2+y^2\right)+15xy$ là

A. $\min P=-80$. **B.** $\min P=-91$. **C.** $\min P=-83$. **D.** $\min P=-63$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có:

$x+y=2(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3})\Leftrightarrow (x+y)^2=4(x+y)+8\sqrt{x-3}.\sqrt{y+3}\geq 4(x+y)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y\geq 4 \\ x+y\leq 0 \end{array}\right.$

Mặt khác $x+y=2(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3})\leq 2\sqrt{2(x+y)}\Leftrightarrow x+y\leq 8\Rightarrow x+y\in[4;8]$

Xét biểu thức $P=4(x^2+y^2)+15xy=4(x+y)^2+7xy\geq 16(x+y)+7xy=7x(y+3)+16y-5x$.

Mà $\begin{cases} y+3\geq 0 \\ y\geq 4-x \end{cases}\Rightarrow P\geq 16(4-x)-5x=64-21x$, kết hợp với $x+y\geq 4\Rightarrow x\in[3;7]\Rightarrow 64-21x\geq -83$

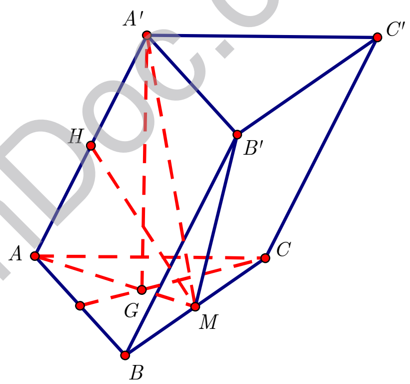
Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là -83.

Câu 40. **[2D2-3.10-4]** Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B.



M là trung điểm của BC thì $BC\perp(AA'M)$.Gọi MH là đường cao của tam giác $A'AM$ thì $MH\perp A'A$ và $HM\perp BC$ nên HM là khoảng cách

AA' và BC.Ta có $A'A.HM=A'G.AM\Leftrightarrow \dfrac{a\sqrt{3}}{4}.A'A=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\sqrt{A'A^2-\dfrac{a^2}{3}}$

$\Leftrightarrow A'A^2=4\left(A'A^2-\dfrac{a^2}{3}\right)\Leftrightarrow 3A'A^2=\dfrac{4a^2}{3}\Leftrightarrow A'A^2=\dfrac{4a^2}{9}\Leftrightarrow A'A=\dfrac{2a}{3}$.

Đường cao của lăng trụ là $A'G=\sqrt{\dfrac{4a^2}{9}-\dfrac{3a^2}{9}}=\dfrac{a}{3}$.Thể tích $V_{LT}=\dfrac{a}{3}.\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

PHẦN 2. TỰ LUẬN.

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d:y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$ (C) tại hai điểm A,B sao cho $AB=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{-2x+1}{x+1}=-x+m \quad (x\neq -1)$

$\Leftrightarrow -2x+1=(-x+m)(x+1)\Leftrightarrow x^2-(m+1)x+1-m=0.\ (*)$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta=(m+1)^2-4(1-m)>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>-3+2\sqrt{3} \\ m<-3-2\sqrt{3}\end{array}\right.$.

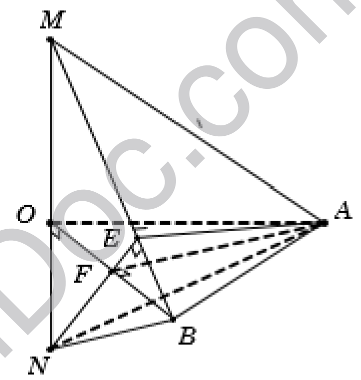
Theo đinh lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m+1 \\ x_1x_2=1-m\end{cases}$. Giả sử $A(x_1;-x_1+m)$ và $B(x_2;-x_2+m)$.

Yêu cầu bài toán $AB=2\sqrt{2}\Leftrightarrow AB^2=8\Leftrightarrow 2(x_2-x_1)^2=8\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4$

$\Leftrightarrow (m+1)^2-4(1-m)=4\Leftrightarrow m^2+6m-7=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-7\end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Câu 2. Cho tam giác OAB đều cạnh a. Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM=x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB. Gọi N là giao điểm của EF và d. Tìm x để thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải



Do tam giác OAB đều cạnh $a\Rightarrow F$ là trung điểm $OB\Rightarrow OF=\dfrac{a}{2}$.

Ta có $\begin{cases} AF\perp OB \\ AF\perp MO\end{cases}\Rightarrow AF\perp (MOB)\Rightarrow AF\perp MB.$ Mặt khác, $MB\perp AE$.

Suy ra $MB\perp (AEF)\Rightarrow MB\perp EF.$ Suy ra $\Delta OBM \backsim \Delta ONF$ nên $\dfrac{OB}{OM}=\dfrac{ON}{OF}\Rightarrow ON=\dfrac{OB.OF}{OM}=\dfrac{a^2}{2x}$.

Ta có $V_{ABMN}=V_{ABOM}+V_{ABON}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta OAB}(OM+ON)=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}\left(x+\dfrac{a^2}{2x}\right)\geq \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x=\dfrac{a^2}{2x}\Leftrightarrow x=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.D	5.D	6.B	7.B	8.D	9	10.A
11.A	12.A	13.B	14.A	15.A	16.B	17.A	18.D	19.B	20.D
21.B	22.A	23.C	24.A	25.C	26.A	27.D	28.D	29.B	30.C
31.D	32.A	33.D	34.D	35.C	36.C	37.B	38.B	39.C	40.B

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 14

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-2.3-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số có một điểm cực trị.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng – 3.

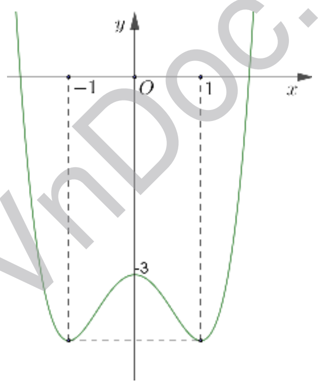
Lời giải

Chọn C

Tại $x = 0$ ta thấy y' không xác định và đổi dấu từ dương sang âm $\Rightarrow x = 0$ là một cực trị.

Tại $x = 1$ ta thấy $y' = 0$ và đổi dấu từ âm sang dương $\Rightarrow x = 1$ là một cực trị.

Câu 2. **[2D1-5.1-1]** Đường cong sau đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **C.** $y = x^4 - x^2 - 3$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị ta thấy hệ số của x^4 phải lớn hơn 0, nên loại A; mặt khác hàm số có hai điểm cực trị là $x = \pm 1$ chỉ có hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ thỏa mãn.

Câu 3. **[2D1-3.2-1]** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. 6. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 11.

Lời giải

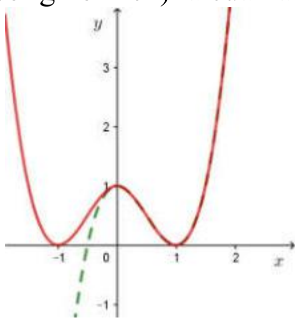
Chọn C

$$y' = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in (-1;2) \\ x = -2 \notin (-1;2) \end{array}\right..$$

Ta có $\begin{cases} y(-1)=15 \\ y(2)=6 \\ y(1)=-5 \end{cases}$

$\Rightarrow \underset{[-1;2]}{Max}\, y = 15$.

Câu 4. **[2D1-5.1-1]** Đồ thị sau đây (đường nối liền) là của hàm số nào sau đây?



A. $y=2|x|^3-3x^2+1$. **B.** $y=2|x|^3-3x^2+2$. **C.** $y=|x|^3-3x^2+1$. **D.** $y=|x|^3-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị đi qua điểm $(0;1)$, nên loại **B,D.** Mặt khác đồ thị đi qua điểm $(1;0)$ nên loại **C.**

Câu 5. **[2D2-3.15-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng -3 và giá trị nhỏ nhất bằng -4.

D. Hàm số có ba giá trị cực trị.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta có nhận xét:

• Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$, $(1;+\infty)$; nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(0;1)$. Do đó A sai.

• Hàm số có ba điểm cực trị là $x=-1,\ x=0,\ x=1$. Do đó B đúng.

• Hàm số có GTNN bằng -4 và không có GTLN. Do đó C sai.

• Hàm số có đúng hai giá trị cực trị là $y_{CD}=-3$ và $y_{CT}=-4$. Do đó D sai.

Câu 6. **[2D1-1.1-1]** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-3x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -3x^2 + 6x - 3 \Rightarrow y' = -3(x-1)^2 \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7. **[2D1-4.5-1]** Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{2-x}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng:

A. $y = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 2$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{x-3}{2-x} = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 8. **[2D2-1.1-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên K. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x) \ge 0,\ \forall x \in \mathrm{K}$.

B. Nếu $f'(x) > 0,\ \forall x \in \mathrm{K}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.

C. Nếu $f'(x) \ge 0,\ \forall x \in \mathrm{K}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.

D. Nếu $f'(x) \ge 0,\ \forall x \in \mathrm{K}$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K.

Lời giải

Chọn C

Câu 9. **[2D1-4.6-1]** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2 - x - 20}$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = [1; +\infty) \setminus \{5\}$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2 - x - 20} \right) = 0$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ làm đường tiệm cận ngang. $\lim\limits_{x \to 5^-} y = -\infty, \lim\limits_{x \to 5^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 5$ làm đường tiệm cận đứng.

Vậy: Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiện cận.

Câu 10. **[2D1-1.3-1]** Hàm số $y = \sqrt{2 + x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(\dfrac{1}{2}; 2\right)$. **B.** $\left(-1; \dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $(-1; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $-1 \le x \le 2$

$y' = \dfrac{1-2x}{2\sqrt{2 + x - x^2}} \forall x \in (-1; 2)$, $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (\dfrac{1}{2}; 2)$.

Câu 11. **[2D1-2.1-1]** Tập xác định của hàm số: $y = (x^2 - 4)^{\frac{-2}{3}}$ là

A. $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$.
C. $D=(-2;2)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $x^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<-2 \end{array}\right.$.

Câu 12. **[2D1-4.2-1]**Đạo hàm của hàm số: $y=100^{x+1}$ là

A. $y'=100^{x+1}\ln 10$. **B.** $y'=200.100^{x}\ln 10$.

C. $y'=\dfrac{1}{(x+1)\ln 100}$. **D.** $y'=(x+1)\ln 100$

Lời giải

Chọn B

$y'=100^{x+1}\ln 100=200.100^{x}\ln 10$.

Câu 13. **[2D1-6.1-1]**Phương trình: $\log_4(2x-8)=2$ có tập nghiệm là

A. $S=\varnothing$ **B.** $S=\{4\}$ **C.** $S=\{12\}$ **D.** $S=\{4;12\}$

Lời giải

Chọn C

$PT \Leftrightarrow 2x-8=4^2 \Leftrightarrow x=12$.

Câu 14. **[2D1-4.1-1]**Hàm số $y=\log_5(x^2-6x+9)$ xác định khi

A. $x\neq 3$. **B.** $x\neq -3$. **C.** $x>3$. **D.** $x<3$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2-6x+9>0 \Leftrightarrow x\neq 3$.

Câu 15. **[2D1-5.1-1]**Giá trị x thỏa mãn phương trình: $49^x-7^{x+1}-8=0$ là

A. $x=0$. **B.** $x=\log_7 8$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\log_7 8 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\log_8 7 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Thấy $x=0$ không là nghiệm.Vậy chỉ có đáp số của **B** có thể đúng.

Câu 16. **[2D1-6.1-1]**Chọn đáp án đúng khi nói về bất phương trình:

$\log_{\frac{1}{2}}(2x^2-x-1)\geq \log_{\frac{1}{2}}(x^2+4x-5)$

A. Bất phương trình có nghĩa khi: $x<-5$.

B. Tập nghiệm $S=(1;4]$.

C. Bất phương trình có nghĩa khi: $x>1$.

D. Tập nghiệm $S=(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} 2x^2-x-1>0 \\ x^2+4x-5>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<\dfrac{-1}{2} \\ x>1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x<-5 \\ x>1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-5 \\ x>1 \end{array}\right.$

$\log_{\frac{1}{2}}(2x^2-x-1)\geq\log_{\frac{1}{2}}(x^2+4x-5)\Leftrightarrow 2x^2-x-1\leq x^2+4x-5\Leftrightarrow x^2-5x+4\leq 0\Leftrightarrow 1\leq x\leq 4$

Kết hợp với điều kiện ta được: $1<x\leq 4$.

Câu 17. **[2D2-3.3-2]** Nếu $\log_{12}6=a;\ \log_{12}7=b$ thì :

A. $\log_2 7=\dfrac{a}{a-1}$. **B.** $\log_2 7=\dfrac{a}{1-b}$. **C.** $\log_2 7=\dfrac{a}{1+b}$. **D.** $\log_2 7=\dfrac{b}{1-a}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\log_2 7=\dfrac{\log_{12}7}{\log_{12}2}=\dfrac{\log_{12}7}{\log_{12}12-\log_{12}6}=\dfrac{b}{1-a}$.

Câu 18. **[2D2-1.2-2]** Rút gọn biểu thức $P=\sqrt{x\sqrt[3]{x}}\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

A. $P=x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $P=\sqrt{x}$. **C.** $P=\sqrt[3]{x}$. **D.** $P=x^{\frac{5}{6}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P=\sqrt{x\sqrt[3]{x}}\sqrt[6]{x}=\left(x.x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}=x^{\frac{5}{6}}$.

Câu 19. **[2D1-1.3-1]** Cho $0<a<1$ và $1<\alpha<\beta$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a^{\beta}<a^{\alpha}<1$. **B.** $a^{\alpha}<1<a^{\beta}$. **C.** $1<a^{\alpha}<a^{\beta}$. **D.** $a^{\alpha}<a^{\beta}<1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào tính chất: $\begin{cases}0<a<1\\ \alpha<\beta\end{cases}\Rightarrow a^{\alpha}>a^{\beta}$

Tương tự: $\begin{cases}0<a<1\\ 0<1<\alpha<\beta\end{cases}\Rightarrow a^{0}=1>a^{\alpha}>a^{\beta}\ hay\ a^{\beta}<a^{\alpha}<1$.

Câu 20. **[2D1-3.2-1]** Cho $a,b,c>0$ và $\begin{cases}a\neq 1\\ bc\neq 1\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $2\log_a\sqrt{bc}=\log_a bc$.

B. $\log_a\sqrt{bc}=\dfrac{1}{2}\left(\log_a b+\log_a c\right)$.

C. $\log_a\sqrt{bc}=\dfrac{1}{\log_{\sqrt{bc}}a}$.

D. $\log_a\sqrt{bc}=\log_a\sqrt{b}-\log_a\sqrt{c}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\log_a\sqrt{bc}=\log_a\sqrt{b}+\log_a\sqrt{c}$.

Câu 21. **[2H1-1.2-1]** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

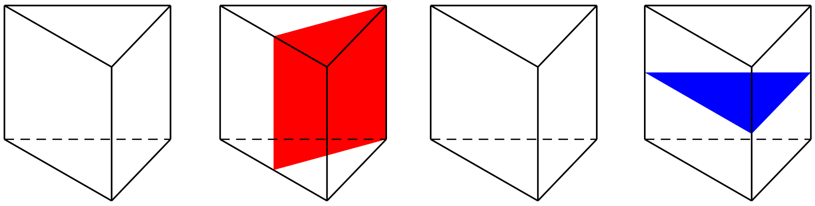
A. 4 mặt phẳng. **B.** 1 mặt phẳng.

C. 2 mặt phẳng. **D.** 3 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn A

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng (hình vẽ bên dưới).



Câu 22. **[2H1-1.1-1]**Cho hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=4a^2$. **B.** $S=6a^2$. **C.** $S=8a^2$. **D.** $S=10a^2$.

Lời giải

Chọn B

Đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối lập phương nên có 6 mặt là các hình vuông cạnh a. Vậy hình lập phương có tổng diện tích tất cả các mặt là $S=6a^2$.

Câu 23. **[2H1-2.8-1]**Cho một khối chóp có thể tích bằng V. Khi giảm diện tích đa giác đáy xuống $\frac{1}{3}$ lần thì thể tích khối chóp lúc đó bằng

A. $\frac{V}{9}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{V}{6}$. **D.** $\frac{V}{27}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 24. **[2H1-2.1-1]**Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 25. **[2H1-1.0-1]** Chọn khẳng định **sai.** Trong một khối đa diện

A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.
B. Mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.
C. Mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt phẳng.
D. Hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa hình đa diện suy ra: A, B, C đúng.

Hình đa diện (gọi tắt là đa diện) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

a) Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.

b) Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Mỗi đa giác gọi là một mặt của hình đa diện. Các đỉnh, cạnh của các đa giác ấy theo thứ tự được gọi là các đỉnh, cạnh của hình đa diện.

Đáp án **D** sai.

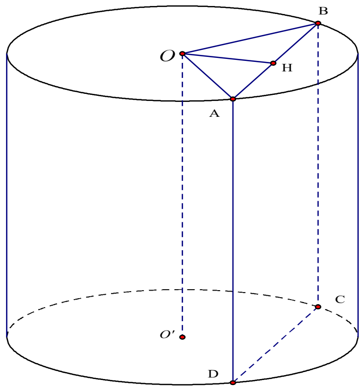
Ví dụ: hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy (ABC) và $(A'B'C')$ song song với nhau nên không có điểm chung.

Câu 26. **[2H2-1.2-2]** Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ bằng:

A. $80\pi a^2, 200\pi a^3$. **B.** $60\pi a^2, 200\pi a^3$. **C.** $80\pi a^2, 180\pi a^3$. **D.** $60\pi a^2, 180\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



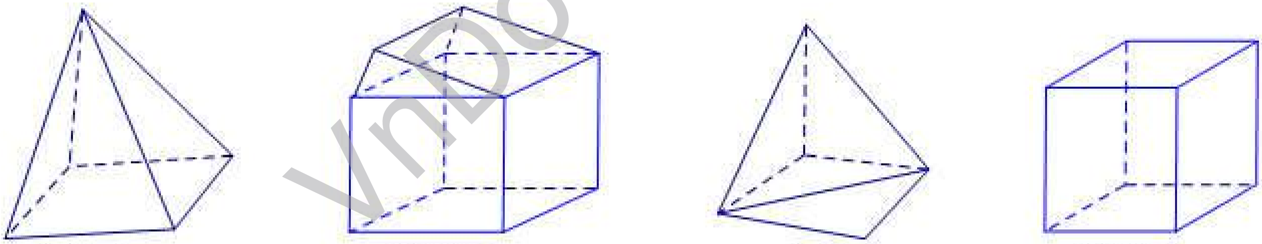
Thiết diện $ABCD$ là hình vuông có cạnh là $8a$ $(h = 8a)$.

Khoảng cách từ trục đến mặt phẳng $(ABCD)$ là $d = 3a$.

Suy ra bán kính đường tròn đáy $r = \sqrt{d^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{(3a)^2 + \left(\frac{8a}{2}\right)^2} = 5a$.

Vậy $S_{xq} = 2\pi rh = 80\pi a^2, V_{tr} = \pi r^2 h = 200\pi a^3$.

Câu 27. **[2H1-1.1-1]** Hình nào dưới đây ***không*** phải là hình đa diện?



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 4. **B.** Hình 1. **C.** Hình 2. **D.** Hình 3.

Lời giải

Chọn D

Hình 3 có một tam giác nằm hoàn toàn bên ngoài làm cho hình tạo nên không liền một khối nên nó không phải là hình đa diện.

Câu 28. **[2H1-1.3-1]**Cho khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đường tròn đáy bằng 8. Thể tích của khối nón là:

A. 160π. **B.** 144π. **C.** 128π. **D.** 169π.

Lời giải

Chọn C

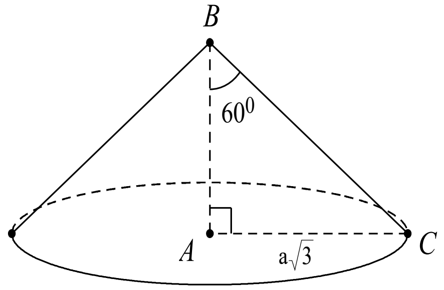
$V = \frac{1}{3}\pi.64.6 = 128\pi$.

Câu 29. **[2H2-1.3-2]** Một hình nón có đường kính đáy là $2a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120^0. Tính thể tích của khối nón đó theo a.

A. $3\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $2\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi B là đỉnh hình nón, A là tâm đáy, C là một điểm thuộc đường tròn đáy.

Theo giả thiết dễ suy ra đường tròn đáy có bán kính $R = AC = a\sqrt{3}$ (cm)

và góc $\widehat{ABC} = \dfrac{120^0}{2} = 60^0$. Xét tam giác ABC vuông tại A, ta có $AB = \dfrac{AC}{\tan 60^0} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a$.

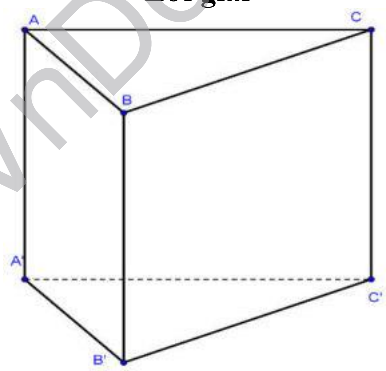
Do đó chiều cao hình nón là $h = a$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.3a^2.a = \pi a^3$.

Câu 30. **[2H1-3.2-2]**Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải



Chọn A

- Thể tích của khối lăng trụ đều bằng diện tích đáy nhân với chiều cao

- Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên đáy là tam giác đều cạnh a, mặt bên $ABB'A'$ là hình chữ nhật với độ dài cạnh AA' là chiều cao

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$S_{ABB'A'} = 2a^2 = AB.AA' \Rightarrow AA' = \frac{2a^2}{a} = 2a$$

$$\Rightarrow V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 31. **[2D1-1.9-3]**Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2\cos x+3}{2\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. $m\in(-3;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-3)$. **D.** $m\in(-3;1]\cup[2;+\infty)$.

.Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\cos x$, với $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)\longrightarrow t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

Hàm số trở thành $y(t)=\dfrac{2t+3}{2t-m}\longrightarrow y'(t)=\dfrac{-2m-6}{(2t-m)^2}$.

Ta có $t'=-\sin x<0,\ \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$, do đó $t=\cos x$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Do đó YCBT $\longleftrightarrow y(t)$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};1\right)\longleftrightarrow y'(t)>0,\ \forall t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-2m-6>0\\2t-m\neq 0\end{cases},\ \forall t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m<-3\\m\neq 2t\end{cases},\ \forall t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m<-3\\m\notin(1;2)\end{cases}\Leftrightarrow m<-3.$

Nhận xét. Do $t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\to 2t\in(1;2)$. Và $m\notin(1;2)\longleftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le 1\\m\ge 2\end{array}\right.$.

Câu 32. **[2D2-6.10-4]**Cho p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 p=\log_{12} q=\log_{16}(p+q)$. Tính giá trị của biểu thức $A=\dfrac{p}{q}$.

A. $A=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. **B.** $A=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $A=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $A=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\log_9 p=\log_{12} q=\log_{16}(p+q)\longrightarrow\begin{cases}p=9^t\\q=12^t\\p+q=16^t\end{cases}$

$\longrightarrow 9^t+12^t=p+q=16^t.\ (*)$

Chia hai vế của $(*)$ cho 16^t, ta được $\left(\dfrac{9}{16}\right)^t+\left(\dfrac{12}{16}\right)^t=1\leftrightarrow\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2t}+\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=1$

$\leftrightarrow\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2t}+\left(\dfrac{3}{4}\right)^t-1=0\leftrightarrow\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ (loại) hoặc $\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Giá trị cần tính $A=\dfrac{p}{q}=\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 33. **[2D1-5.10-4]**Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2017^{\sin^2 x}-2017^{\cos^2 x}=\cos 2x$ trên đoạn $[0;\pi]$.

A. $x=\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $x=\dfrac{3\pi}{4}$.

Lời giả

Chọn A

Phương trình $\Leftrightarrow 2017^{\sin^2 x} - 2017^{\cos^2 x} = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\Leftrightarrow 2017^{\sin^2 x} + \sin^2 x = 2017^{\cos^2 x} + \cos^2 x. \qquad (*)$

Xét hàm số $f(t) = 2017^t + t$ trên $\mathbb{R}$, ta có $f'(t) = 2017^t \ln 2017 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nhận thấy $(*)$ có dạng $f(\sin^2 x) = f(\cos^2 x) \Leftrightarrow \sin^2 x = \cos^2 x$

$\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$.

Vì $x \in [0;\pi] \longrightarrow x = \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right\} \longrightarrow T = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi$.

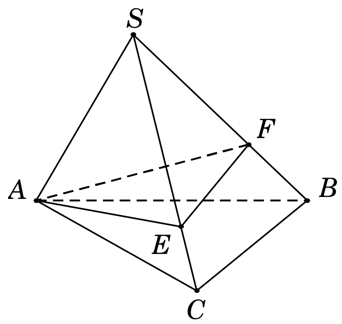
Câu 34. **[2H1-2.5-3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3,\ SB = 4,\ SC = 5$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^0$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = 5\sqrt{2}$. **B.** $V = 5\sqrt{3}$. **C.** $V = 10$. **D.** $V = 15$.

Lời giải

Chọn D

Trên các đoạn $SB,\ SC$ lần lượt lấy các điểm $E,\ F$ sao cho $SE = SF = 3$.



Khi đó $S.AEF$ là khối tứ diện đều có cạnh $a = 3$.

Suy ra $V_{S.AEF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$.

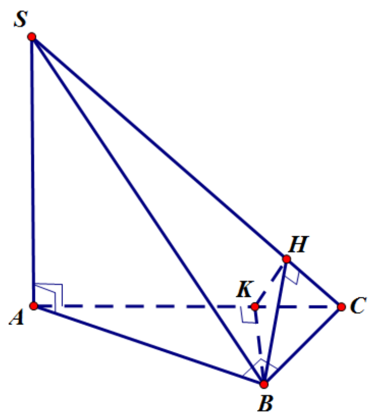
Ta có $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{SE}{SB}.\frac{SF}{SC} = \frac{3}{4}.\frac{3}{5} = \frac{9}{20}$

$\longrightarrow V_{S.ABC} = \frac{20}{9}V_{S.AEF} = 5\sqrt{2}$.

Câu 35. **[2H1-2.1-3]** Cho hình chóp $S.ABC$, ABC là tam giác vuông cân có $BA = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là 60^0. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$

A. $\frac{a^3}{7}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{3a^3}{7}$

Lời giải



Chọn B

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên SC và AC $SC\perp(BHK)\Rightarrow SC\perp HK$

$\Rightarrow \widehat{BHK}=60^0$

$BK=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a}{\sqrt{2}}\Rightarrow BK=HK.\tan 60^0=\dfrac{a}{\sqrt{6}}$ mà $\Delta SAC\sim\Delta KCH$ nên ta có $\dfrac{HK}{SA}=\dfrac{CK}{SC}$

$\Rightarrow\sqrt{SA^2+2a^2}=SA\sqrt{3}\ \Rightarrow SA=a\ \Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{a^3}{6}$.

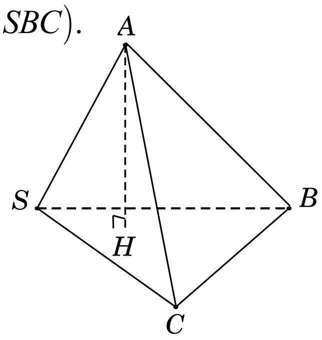
Câu 36. **[2H1-2.8-4]**Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=a\sqrt{2}$, $SC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=a^3\sqrt{6}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng $(SBC)\longrightarrow AH\perp(SBC)$.



Ta có

- $AH\le AS$.
  Dấu "=" xảy ra khi $AS\perp(SBC)$.
- $S_{\Delta SBC}=\dfrac{1}{2}SB.SC.\sin\widehat{BSC}\le\dfrac{1}{2}SB.SC$.
  Dấu "=" xảy ra khi $SB\perp SC$.

Khi đó $V=\dfrac{1}{3}S_{\Delta SBC}.AH\le\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}SB\cdot SC\right)AS=\dfrac{1}{6}SA.SB.SC.$

Dấu "=" xảy ra khi SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau.

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp là $V_{\max}=\dfrac{1}{6}SA.SB.SC=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 37. **[2D2-5.8-3]**Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\left(\dfrac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1}\le\left(\dfrac{e}{2}\right)^{2x-3m}$ nghiệm đúng với mọi x.

A. $m\in(-5;0)$. **B.** $m\in[-5;0]$.

C. $m\in(-\infty;-5)\cup(0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-5]\cup[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $\Leftrightarrow\left(\dfrac{e}{2}\right)^{-x^2-2mx-1}\le\left(\dfrac{e}{2}\right)^{2x-3m}\Leftrightarrow -x^2-2mx-1\le 2x-3m$

$\Leftrightarrow x^2+2(m+1)x-3m+1\ge 0.$

Ycbt $\Leftrightarrow x^2+2(m+1)x-3m+1\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ (m+1)^2+3m-1\le 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2+5m\le 0\Leftrightarrow -5\le m\le 0$.

Câu 38. **[2D1-2.16-3]** Gọi (P) là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-mx^2+m^2$ (m là tham số thực).Gọi m_0 là giá trị để (P) đi qua điểm $A(2;24)$.Hỏi m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(10;15)$. **B.** $(-6;1)$. **C.** $(-2;10)$. **D.** $(-8;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ .Ta có $y=f(x)=\frac{1}{4}x^4-mx^2+m^2$, $y'=f'(x)=x^3-2mx$.

+)ĐK để đồ thị của hàm số có ba điểm cực trị là $f'(x)$ đổi dấu ba lần $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

+)Thực hiện phép chia đa thức $f(x)$ cho $f'(x)$ ta được $f(x)=f'(x).q(x)-\frac{m}{2}x^2+m^2$ .Từ đó suy ra parabol đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y=-\frac{m}{2}x^2+m^2$ (P)

+) $A\in(P)\Leftrightarrow 24=-2m+m^2\Leftrightarrow m=6$ (Chú ý $m>0$).

Câu 39. **[2D2-5.4-3]**Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-m}{x-m}}=15$, m là tham số khác 2.

A. $S=\{2;m\log_3 5\}$ **B.** $S=\{2;m+\log_3 5\}$.

C. $S=\{2\}$. **D.** $S=\{2;m-\log_3 5\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x\neq m$.

Phương trình $\Leftrightarrow 3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-m}{x-m}}=3.5\Leftrightarrow 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}-1}=3^{1-(x-1)}\Leftrightarrow 5^{\frac{x-2}{x-m}}=3^{2-x}$. $(*)$

Lấy logarit cơ số 5 hai vế của $(*)$, ta được $:\frac{x-2}{x-m}=(2-x)\log_5 3\Leftrightarrow(x-2)\left(\frac{1}{x-m}+\log_5 3\right)=0.$

- Với $x-2=0\Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn).
- Với $\frac{1}{x-m}+\log_5 3=0\Leftrightarrow x-m=-\frac{1}{\log_5 3}\Leftrightarrow x=m-\log_3 5$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{2;m-\log_3 5\}$

Câu 40. **[2D1-2.14-3]**Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$. Với những giá trị nào của m thì đồ thị (C_m) có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó lập thành một tam giác có diện tích $S=4$?

A. $m=16$ **B.** $m=-\sqrt[3]{16}$ **C.** $m=\sqrt[3]{16}$ **D.** $m=\sqrt[5]{16}$

Lời giải

Chọn D

$y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$

Để hàm số có 3 cực trị thì $m > 0$, khi đó ba điểm cực trị là:

$A\left(0; 2m + m^4\right)$; $B\left(\sqrt{m}, m^4 - m^2 + 2m\right); C\left(-\sqrt{m}, m^4 - m^2 + 2m\right)$. Gọi I là trung điểm của BC

$\Rightarrow I\left(0; m^4 - m^2 + 2m\right)$.Ta có $AI = \sqrt{m^4} = m^2$ và $BC = \sqrt{4m} = 2\sqrt{m}$.

Theo đề $S_{ABC} = 4 \Rightarrow \dfrac{BCAI}{2} = 4 \Rightarrow m^2\sqrt{m} = 4 \Leftrightarrow m = \sqrt[5]{16}$.

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho hai số thực dương a, b.Biết hàm số $y = 2(ab-1)x + \cos\left[(a+b)x\right]$đồng biến trên $\mathbb{R}$ .Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = a + 2b$

Lời giải

Vì hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $y' = 2(ab-1) - (a+b)\sin[(a+b)x] \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (1)

Đặt $t = \sin[(a+b)x], t \in [-1;1]$ .Xét $f(t) = 2(ab-1) - (a+b)t$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \geq 0 \\ f(-1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(ab-1) - (a+b) \geq 0 \\ 2(ab-1) + (a+b) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \; b(2a-1) \geq a+2 \quad (2)$$

Vì a, b là các số dương nên từ (2) suy ra $a > \dfrac{1}{2}$ và $b \geq \dfrac{a+2}{2a-1} \Leftrightarrow 4b \geq 2 + \dfrac{10}{2a-1}$ .Do đó

$$2F = 2a + 4b \geq (2a-1) + \frac{10}{2a-1} + 3 \geq 3 + 2\sqrt{10} \;\Rightarrow F \geq \frac{3+\sqrt{10}}{2} \quad (3)$$

BĐT (3) trở thành đẳng thức khi và chỉ khi $\begin{cases} 2a-1 > 0 \\ 2a-1 = \dfrac{10}{2a-1} \\ b = \dfrac{a+2}{2a-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1+\sqrt{10}}{2} \\ b = \dfrac{2+\sqrt{10}}{4} \end{cases}$

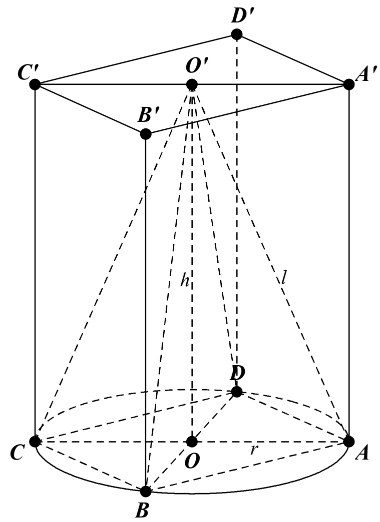
.Vậy $\min F = \dfrac{3+2\sqrt{10}}{2}$.

Bài 2. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, một hình nón tròn xoay có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$.

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón đó

b) Tính thể tích khối nón tương ứng.

Lời giải



Ta có: $r=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ và $h=a$

$$\Rightarrow l^2=a^2+r^2=a^2+\frac{a^2}{2}=\frac{3a^2}{2}\Rightarrow l=\frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

a) Diện tích xung quanh:

$$S_{xq}=\pi rl=\pi\frac{a\sqrt{2}}{2}\frac{a\sqrt{6}}{2}=\frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}.$$

b) Thể tích hình nón đó là

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.a=\frac{a^3\pi}{6}.$$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.C	4.D.A	5.B	6.D.B	7.D.B	8.C	9.C	10.A
11.A	12.B	13.C	14.B	15.B	16.B	17.D	18.D.D	19.A	20.D
21.A	22.B	23.B	24.A	25.D	26.A	27.D	28.C	29.B	30
31.C	32.C	33.A	34.A	35.B	36.D	37.B	38.C	39.D	40.D

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 15

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[2D1-4.3-1]** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x-1}$?

A. $y=1$. **B.** $y=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\dfrac{3}{2}\Rightarrow y=\dfrac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 2. **[2D1-2.1-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^4-x^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại các điểm $x=1; x=-1$.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng với giá trị cực đại.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.
D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng với giá trị cực tiểu.

Lời giải

Chọn D.

$y=\dfrac{1}{2}x^4-x^2\Rightarrow y'=2x^3-2x, y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{3}{4}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\dfrac{3}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đáp án D là đáp án đúng.

Câu 3. **[2D2-4.0-1]** Cho hàm số $y=a^x\left(a>0, a\ne1\right)$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

A. Tập xác định $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ **B.** Hàm số có tiệm cận ngang $y=0$
C. $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ **D.** Đồ thị hàm số luôn ở phía trên trục hoành

Lời giải

Chọn C.

Vì nếu $0<a<1$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$

Câu 4. **[2D2-4.2-1]** Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x+\sin x$.

A. $\mathbb{R}$ **B.** $\varnothing$ **C.** $(1;2)$ **D.** $(-\infty;2)$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y=-x+\sin x$ tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y' = -1 + \cos x \le 0, \forall x$.
Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5. **[2D2-4.2-1]** Tính đạo hàm của hàm số $y = 2017^x$.

A. $y' = x.2017^{x-1}$. **B.** $y' = 2017^x$. **C.** $y' = \dfrac{2017^x}{\ln 2017}$. **D.** $y' = 2017^x.\ln 2017$.

Lời giải

Chọn D.

$y' = 2017^x.\ln 2017$.

Câu 6. **[2D2-4.1-1]** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\log_2(3x+4)}$. Tập hợp nào sau đây là tập xác định của $f(x)$?

A. $D = (-1; +\infty)$. **B.** $D = \left(-\dfrac{4}{3}; +\infty\right)$. **C.** $D = [-1; +\infty)$. **D.** $D = [1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4>0 \\ \log_2(3x+4) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4>0 \\ 3x+4 \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge -1$.

Câu 7. **[2D2-5.2-1]** Giải phương trình $16^{-x} = 8^{2(1-x)}$

A. $x = -3$ **B.** $x = 2$ **C.** $x = 3$ **D.** $x = -2$

Lời giải

Chọn C.

Phương trình $\Leftrightarrow (2^4)^{-x} = (2^3)^{2(1-x)} \Leftrightarrow 2^{-4x} = 2^{6-6x} \Leftrightarrow -4x = 6 - 6x \Leftrightarrow x = 3$.

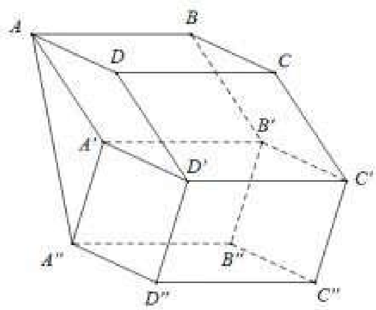
Câu 8. **[2H1-1.0-1]** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **SAI?**

A. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
B. Lắp ghép hai khối hộp luôn được một khối đa diện lồi.
C. Khối hộp là khối đa diện lồi.
D. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

Lời giải

Chọn B.

Đa diện lồi là đa diện mà đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của đa diện đó luôn thuộc chính nó.
Các khối tứ diện, khối hộp, khối lăng trụ tam giác là các khối đa diện lồi.
Ghép hai khối hộp chưa chắc đã được một khối đa diện lồi, ví dụ như hình bên, đoạn AA'' nằm ngoài khối đa diện thu được khi ghép 2 khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và $A'B'C'D'.A''B''C''D''$ nên khối đa diện thu được không phải khối đa diện lồi.

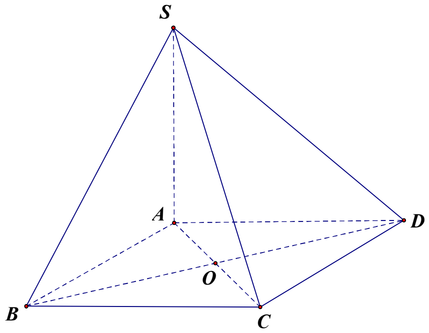


Câu 9. **[2H1-2.1-1]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = \sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \sqrt{3}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Đường chéo hình vuông $AC = \sqrt{2}$.

Xét ΔSAC, ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{3}$.

Chiều cao khối chóp là $SA = \sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = 1^2 = 1$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (đvtt).

Câu 10. **[2H2-1.2-1]** Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a là:

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$. **B.** $S_{xq} = \frac{2\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq} = \frac{\pi\sqrt{3}a^2}{3}$. **D.** $S_{xq} = \frac{2\pi\sqrt{3}a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $l = a \Rightarrow S_{xq} = \pi Rl = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11. **[2D1-6.1-2]** Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 3x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ bằng:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

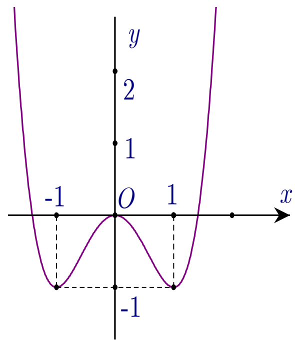
Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ $x^3 - 3x^2 + x - 1 = 1 - 2x \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy số giao điểm là 1.

Câu 12. **[2D1-5.1-2]** Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Hàm số cần tìm có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ mà hàm số đi qua $(-1;-1)$ và $(1;-1) \Rightarrow$ Hàm số cần tìm là $y = x^4 - 2x^2$

Câu 13. **[2D1-7.1-2]** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $\Delta: y = 3x + 1$ có phương trình là:

A. $y = 3x - 1$ **B.** $y = 3x - \frac{26}{3}$ **C.** $y = 3x - 2$ **D.** $y = 3x - \frac{29}{3}$

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M\left(a;\frac{1}{3}a^3-2a^2+3a+1\right)$ là điểm thuộc (C).

Đạo hàm: $y'=x^2-4x+3$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại M là $k=y'(a)=a^2-4a+3$.

Theo giả thiết, ta có: $k=3 \Leftrightarrow a^2-4a+3=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=4 \end{array}\right.$.

Với $\left[\begin{array}{l} a=0 \Rightarrow M(0;1) \Rightarrow tt: y=3(x-0)+1=3x+1\,(L) \\ a=4 \Rightarrow M\left(4;\frac{7}{3}\right) \Rightarrow tt: y=3(x-4)+\frac{7}{3}=3x-\frac{29}{3} \end{array}\right.$.

Câu 14. **[2D1-3.8-2]** Cho hàm số $y=f(x)=\frac{3x+1}{\sqrt{x^2+1}}$, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên tập xác định của nó là:

A. 2. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$y'=\frac{3\sqrt{x^2+1}-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}(3x+1)}{x^2+1}=0 \Leftrightarrow 3\left(x^2+1\right)=x(3x+1) \Leftrightarrow x=3.$$

$y'>0, \forall x<3;\ y'<0, \forall x>3$.

$y(3)=\sqrt{10} \Rightarrow \max y=\sqrt{10}$.

Câu 15. **[2D1-1.5-2]** Tìm các giá trị của tham số m để hàm số : $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(m+6)x-(2m+1)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$:

A. $m\le -2$. **B.** $m\ge 3$. **C.** $-2\le m\le 3$. **D.** $m\le -2$ hoặc $m\ge 3$.

Lời giải

Chọn C.

$y'=x^2+2mx+m+6, y'=0 \Leftrightarrow x^2+2mx+m+6=0.$

$\Delta'=m^2-(m+6)=m^2-m-6$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\ge 0 \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a=1>0 \\ \Delta'\le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m^2-m-6\le 0 \Leftrightarrow -2\le m\le 3.$

Câu 16. **[2D1-2.5-2]** Gọi giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x+2$ lần lượt là $y_{CĐ}, y_{CT}$. Tính $3y_{CĐ}-2y_{CT}$?

A. $3y_{CĐ}-2y_{CT}=-12$. **B.** $3y_{CĐ}-2y_{CT}=-3$.

C. $3y_{CĐ}-2y_{CT}=3$. **D.** $3y_{CĐ}-2y_{CT}=12$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y'=3x^2-3,\ y'=0\ \Leftrightarrow x=\pm 1\ \Rightarrow \begin{cases} y_{CD}=4 \\ y_{CT}=0 \end{cases}$. Vậy $3y_{CD}-2y_{CT}=12$.

Câu 17. **[2D1-4.4-2]** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2017}{\sqrt{x^2-5}}$ có số đường tiệm cận là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+2017}{\sqrt{x^2-5}}=\pm 1\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=-1 \end{array}\right.$ là 2 tiệm cận ngang.

Lại có: $\begin{cases} \lim\limits_{x\to\sqrt{5}^+} y=+\infty \\ \lim\limits_{x\to\sqrt{5}^-} y=+\infty \end{cases}\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{5} \\ x=-\sqrt{5} \end{array}\right.$ là tiệm cận đứng.

Câu 18. **[2D2-6.4-2]** Bất phương trình $3\log_3(x-1)+\log_{\sqrt[3]{3}}(2x-1)\le 3$ có tập nghiệm là :

A. $(1;2]$. **B.** $[1;2]$. **C.** $\left[\dfrac{-1}{2};2\right]$. **D.** $\left(\dfrac{-1}{2};2\right]$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x>1$.

$3\log_3(x-1)+3\log_3(2x-1)\le 3$.

$\Leftrightarrow \log_3\left[(x-1)(2x-1)\right]\le 1$.

$\Leftrightarrow (x-1)(2x-1)\le 3$.

$\Leftrightarrow 2x^2-3x-2\le 0$.

$\Leftrightarrow \dfrac{-1}{2}\le x\le 2$.

Kết hợp với điều kiện tập nghiệm là $S=(1;2]$.

Câu 19. **[2D2-5.2-2]** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2}=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng:

A. 0. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $5^{3x-2}=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-x^2}\ \Leftrightarrow 5^{3x-2}=5^{x^2}\ \Leftrightarrow 3x-2=x^2\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy tổng bình phương hai nghiệm bằng 5.

Câu 20. **[2D2-6.4-2]** Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x^2-3x+2}{x}>0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x<0 \\ 2-\sqrt{2}<x<2+\sqrt{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} 2-\sqrt{2}\le x<1 \\ 2<x\le 2+\sqrt{2} \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} 2-\sqrt{2}<x<1 \\ 2<x\le 2+\sqrt{2} \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>2-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B.

ĐK: $\left[\begin{array}{l} 0<x<1 \\ x>2 \end{array}\right.$.

$\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{x^2-3x+2}{x} \ge 0$.

$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} \dfrac{x^2-3x+2}{x} \ge \log_{\frac{1}{2}} 1$.

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2-3x+2}{x} \le 1$.

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2-4x+2}{x} \le 0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ 2-\sqrt{2} \le x \le 2+\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Kết hợp đk nghiệm của bất phương trình $\left[\begin{array}{l} 2-\sqrt{2} \le x<1 \\ 2<x<2+\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Câu 21. **[2D2-5.3-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $4^x-2^x-2<0$ là:

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t=2^x, t>0$. Bất phương trình trở thành: $t^2-t-2<0 \Leftrightarrow -1<t<2 \Leftrightarrow 2^x<2 \Leftrightarrow x<1$.

Câu 22. **[2D2-4.1-2]** Cho hàm số $f(x)=\log\left[100(x-3)\right]$. Khẳng định nào sau đây sai ?

A. Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D=[3;+\infty)$.

B. $f(x)+2\log(x-3)$ với $x>3$.

C. Đồ thị hàm số $(4;2)$ đi qua điểm $(4;2)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số xác định khi $100(x-3)>0 \Leftrightarrow x>3$. Do đó A sai.

Câu 23. **[2D2-3.2-2]** Với các số thực dương x, y bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2\left(\dfrac{x}{y}\right)=\dfrac{\log_2 x}{\log_2 y}$. **B.** $\log_2(x+y)=\log_2 x+\log_2 y$.

C. $\log_2\left(\dfrac{x^2}{y}\right)=2\log_2 x-\log_2 y$. **D.** $\log_2(xy)=\log_2 x.\log_2 y$.

Lời giải

Chọn C.

Vì $\log_2\left(\dfrac{x^2}{y}\right)=\log_2 x^2-\log_2 y=2\log_2 x-\log_2 y$.

Câu 24. **[2D2-4.1-2]** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\log_3\left(x^2-5x+m\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m > \frac{25}{4}$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \geq \frac{25}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 5x + m > 0; \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta = (-5)^2 - 4m < 0.$$

$$\Leftrightarrow m > \frac{25}{4}.$$

Câu 25. **[2H1-4.2-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Đáy là tam giác đều cạnh a nên diện tích $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

SA là đường cao nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{3a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}$.

Câu 26. **[2H1-4.2-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm BC. Biết $\widehat{DAB} = 120^o, \widehat{SMA} = 45^o$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Xét $\Delta ABC : AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $d(D;(SBC)) = d(A;(SBC)) = AK = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ với AK vuông góc với SM

Cách giải khác : $d(\text{D},(\text{SBC})) = \frac{3V_{S.BCD}}{S_{\Delta SBC}}$.

Câu 27. **[2H2-1.2-2]** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{3\pi a^2}{2}$. **D.** πa^2 .

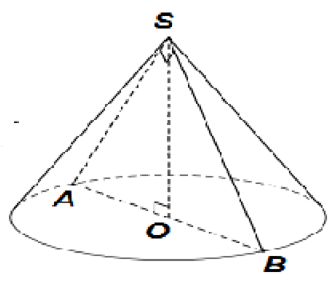
Lời giải

Chọn B.

Giả sử ΔSAB là thiết diện qua trục của hình nón (như hình vẽ)

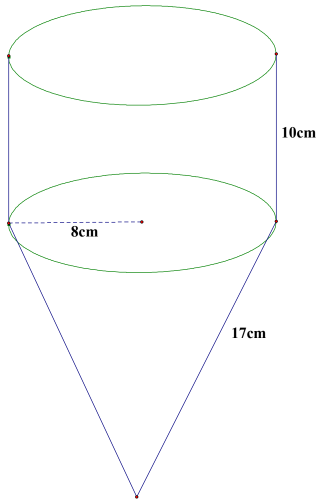
ΔSAB cân tại S nên $SA = SB = a$.

Do đó, $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{2}$ và $SO = OA = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Vậy, diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq}=\pi rl=\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28. **[2H2-4.1-2]** Một cái phễu rỗng phần trên có kích thước như hình vẽ. Diện tích xung quanh của phễu là:



A. $S_{xq}=360\pi\ \text{cm}^2$. **B.** $S_{xq}=424\pi\ \text{cm}^2$.

C. $S_{xq}=296\pi\ \text{cm}^2$. **D.** $S_{xq}=960\pi\ \text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn C.

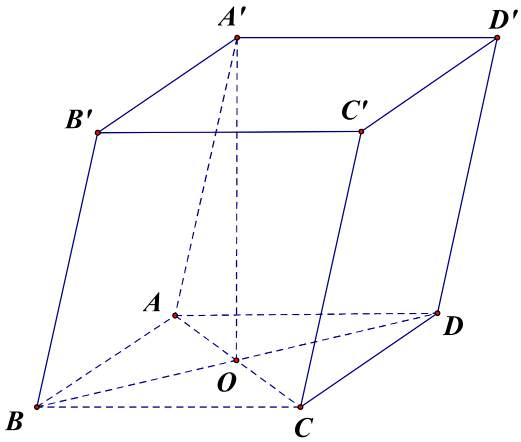
$S_{xq}=2.\pi.8.10+\pi.8.17=296\pi\ \text{cm}^2$.

Câu 29. **[2H1-3.4-2]** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BCD}=120^0$ và $AA'=\dfrac{7a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=12a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=9a^3$. **D.** $V=6a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi $O=AC\cap BD$. Từ giả thiết suy ra $A'O\perp(ABCD)$.

Cũng từ giả thiết, suy ra ΔABC là tam giác đều nên:

$S_{ABCD}=2S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Đường cao khối hộp:

$A'O=\sqrt{AA'^2-AO^2}=\sqrt{AA'^2-\left(\dfrac{AC}{2}\right)^2}=2a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D}=S_{ABCD}.A'O=3a^3$ (đvtt).

Câu 30. **[2H1-4.2-2]** Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3, đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Tính khoảng cách giữa AB và $B'C'$.

A. $\dfrac{4a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$AB//A'B'\Rightarrow AB//(A'B'C')\Rightarrow d(AB;A'B')=d(AB'(A'B'C'))=d(A;(A'B'C'))=h.$

Mà $V=h.S_{ABC}=h.\dfrac{1}{2}.(2a)^2\sin 60^0=ha^2\sqrt{3}=a^3\Rightarrow h=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 31. **[2D2-4.5-3]** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\ln(x^2+4)-mx+3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y'=\dfrac{2x}{x^2+4}-m$. Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ thì $y'\ge 0\Leftrightarrow m\le\dfrac{2x}{x^2+4}$.

Xét hàm số $y=\dfrac{2x}{x^2+4}$ ta có $y'=\dfrac{8-2x^2}{\left(x^2+4\right)^2}; y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$. Ta có $y(2)=\dfrac{1}{2}; y(-2)=-\dfrac{1}{2}$.

Để $m\le\dfrac{2x}{x^2+4}$ thì $m\le\min f(x)\Rightarrow m\le-\dfrac{1}{2}\Rightarrow m\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$.

Câu 32. **[2D2-3.1-3]** Cho các số thực $1>a>b>0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=-3\log_{a^4}\dfrac{a}{b}+\log_b^2(ab)$

A. $P_{\min}=3$. **B.** $P_{\min}=4$. **C.** $P_{\min}=\dfrac{5}{2}$. **D.** $P_{\min}=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $P=-\dfrac{3}{4}\log_a\dfrac{a}{b}+\left(\log_b(ab)\right)^2=\dfrac{-3}{4}\left(1-\log_a b\right)+\left(\log_b a+1\right)^2$.

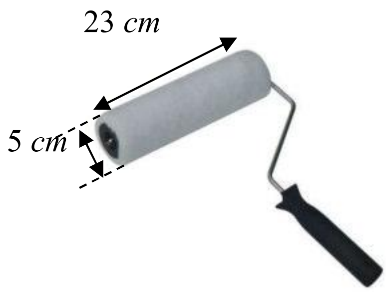
Đặt $t=\log_b a\,(0<t<1)$ ta có: $P=\dfrac{-3}{4}\left(1-\dfrac{1}{t}\right)+(t+1)^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4t}+t^2+2t=f(t)$.

Khi đó $f'(t)=-\dfrac{3}{4t^2}+2t+2=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$. Lại có: $\lim\limits_{x\to 0^+}f(t)=+\infty; \lim\limits_{x\to 1}f(t)=4; f\left(\dfrac{1}{2}\right)=3$.

Do đó $P_{\min}=3$ khi $t=\dfrac{1}{2}$.

Câu 33. **[2H2-2.2-3]** Một cái tục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 5cm, chiều dài lăn là 23cm (hình dưới). Sau khi lăn trọn 15 vòng thì trục lăn tạo trên sân phẳng một diện diện tích là

A. $1725\pi\text{cm}^3$. **B.** $3450\pi\text{cm}^2$. **C.** $1725\pi\text{cm}^2$. **D.** $862,5\pi\text{cm}^2$.



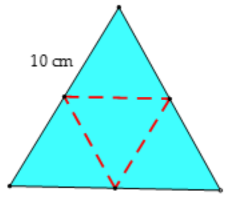
Lời giải

Chọn C.

Diện tích xung quanh của mặt trụ là $S_{xq}=2\pi Rl=2\pi.\dfrac{5}{2}.23=115\pi\text{cm}^2$.

Sau khi lăn 15 vòng thì diện tích phần sơn được là: $S=115\pi.15=1725\pi cm^2$.

Câu 34. **[2H1-2.3-3]** Người ta cắt miếng bìa hình tam giác cạnh bằng 10cm như hình bên và gấp theo các đường kẻ, sau đó dán các mép lại để được hình tứ diện đều. Tính thể tích của khối tứ diện tạo thành.



A. $V=\dfrac{250\sqrt{2}}{12}\text{cm}^3$. **B.** $V=250\sqrt{2}\text{cm}^3$. **C.** $V=\dfrac{125\sqrt{2}}{12}\text{cm}^3$. **D.** $V=\dfrac{1000\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn C.

Tứ diện đều tạo thành là tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $5cm$.

Diện tích đáy là $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{25\sqrt{3}}{4}\text{cm}^2$.

Đường cao $AH=\sqrt{AD^2-DH^2}=\sqrt{5^2-\left(\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$, với H là tâm đáy.

Thể tích $V=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{25\sqrt{3}}{4}\cdot\dfrac{5\sqrt{6}}{3}=\dfrac{125\sqrt{2}}{12}\text{cm}^3$.

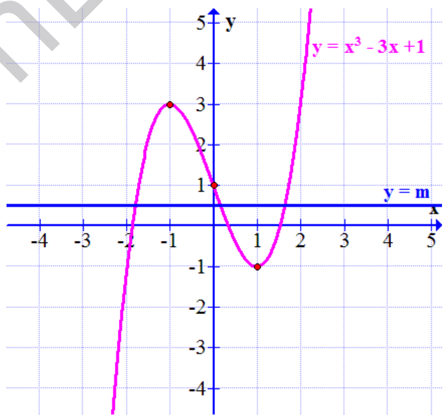
Ghi nhớ: Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 35. **[2D1-6.4-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ tại ba điểm phân biệt, trong đó có đúng hai điểm phân biệt có hoành độ dương ?

A. $-1<m<3$. **B.** $1<m<3$. **C.** $-1<m<1$. **D.** $m=1$.

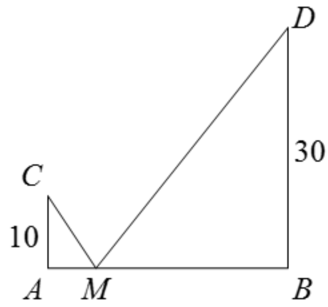
Lời giải

Chọn C.



Dựa vào đồ thị ta thấy: $-1<m<1$ thì thỏa bài.

Câu 36. **[2D1-3.14-4]** Nhà Văn hóa Thanh niên của thành phố X muốn trang trí đèn dây led gần cổng. Ban giám đốc Nhà Văn hóa Thanh niên chỉ cho nhà thiết kế biết chỗ chuẩn bị trang trí đã có hai trụ đèn cao áp mạ kẽm đặt cố định ở vị trí A và B có độ cao lần lượt là 10m và 30m, khoảng cách giữa hai trụ đèn $24m$ và cũng yêu cầu nhà thiết kế chọn một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất nằm giữa hai chân trụ đèn để giăng đèn dây Led nối đến hai đỉnh C và D của trụ đèn (như hình vẽ). Hỏi nhà thiết kế phải đặt chốt ở vị trí cách trụ đèn B trên mặt đất là bao nhiêu để tổng độ dài của hai sợi dây đèn led ngắn nhất ?



A. 20m. **B.** 6m. **C.** 18m. **D.** 12m.

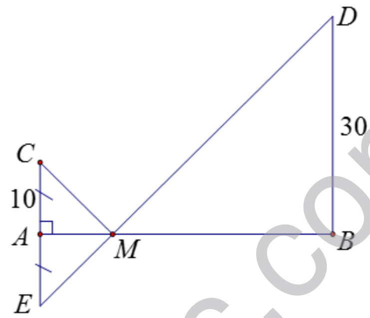
Lời giải

Chọn C.

Gọi E là điểm đối xứng của C qua AB.

Gọi $M = DE \cap AB$, khi đó nhà thiết kế đặt chốt ở vị trí M thì tổng độ dài hai sợi dây đèn led ngắn nhất.

Ta có $\frac{AE}{BD} = \frac{MA}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MB = 3MA$, mà $MB + MA = AB = 24$, suy ra $MA = 6$ và $MB = 18$.



Câu 37. **[2D2-5.7-4]** Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(3m+1)12^x + (2-m)6^x + 3^x < 0$ có nghiệm đúng $\forall x > 0$ là:

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-2;-\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $2^x = t$. Do $x > 0 \Rightarrow t > 1$.

Khi đó ta có : $(3m+1)t^2 + (2-m)t + 1 < 0,\ \forall t > 1$.

$\Leftrightarrow (3t^2 - t)m < -t^2 - 2t - 1\ \ \forall t > 1 \Leftrightarrow m < \frac{-t^2 - 2t - 1}{3t^2 - t}\ \ \forall t > 1$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t^2 - 2t - 1}{3t^2 - t}$ trκn $(1;+\infty) \Rightarrow f'(t) = \frac{7t^2 + 6t - 1}{(3t^2 - t)^2} > 0\ \ \forall t \in (1;+\infty)$.

BBT:

t	1	$+\infty$
$f'(t)$	+	
$f(t)$	-2 ↗	$-\frac{1}{3}$

Do đó $m \le \min\limits_{(1;+\infty)} f(t) = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 38. **[2D2-6.7-4]** Cho phương trình $4.5^{\log(100x^2)}+25.4^{\log(10x)}=29.10^{1+\log x}$. Gọi a và b lần lượt là 2 nghiệm của phương trình. Khi đó giá trị biểu thức $ab+2017$ bằng:

A. 2017. **B.** 10. **C.** 2018. **D.** $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $x>0$.

$4.5^{\log(100x^2)}+25.4^{\log(10x)}=29.10^{1+\log x}\Leftrightarrow 4.25^{\log 10x}-29.10^{\log 10x}+25.4^{\log 10x}=0$.

$\Leftrightarrow 4.\left(\frac{5}{2}\right)^{2\log 10x}-29.\left(\frac{5}{2}\right)^{\log 10x}+25=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{5}{2}\right)^{\log 10x}=1\\ \left(\frac{5}{2}\right)^{\log 10x}=\frac{25}{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{10}\\ x=10\end{array}\right.\Rightarrow ab+2017=2018$.

Câu 39. **[2D1-2.9-4]** Cho hàm số $y=\frac{(m-1)x^3}{3}+(m-1)x^2+4x-1$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x_1, đạt cực đại tại x_2 đồng thời $x_1<x_2$ khi và chỉ khi:

A. $m>5$. **B.** $m=1$ hoặc $m=5$.
C. $m<1$ hoặc $m>5$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow$ $y'=(m-1)x^2+2(m-1)x+4=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow m\neq 1$ và $\Delta'=(m-1)^2-4(m-1)>0\Leftrightarrow m>5$ hoặc $m<1$.

Hàm số có điểm cực tiểu nhỏ hơn điểm cực đại $\Rightarrow$ hệ số của x^3 âm $\Rightarrow m-1<0\Rightarrow m<1$.

Câu 40. **[2D1-3.4-4]** Hàm số $y=\frac{x-m^2}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -1 khi:

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-1\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=\sqrt{3}\\ m=-\sqrt{3}\end{array}\right.$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A.

$y'=\frac{1+m^2}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in[0;1]$.

Do đó: $\min\limits_{[0;1]} y=y(0)=-m^2$.

Theo đề bài: $\min\limits_{[0;1]} y=-1\Leftrightarrow -m^2=-1\ \Leftrightarrow m=\pm 1$.

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. **[2D1-9.1-3]** Giải phương trình: $3x^3-9x^2+10x-4-(3x+4)\sqrt{x+1}=0$.

Lời giải

ĐK: $x\ge -1$.

PT $\Leftrightarrow 3(x-1)^3+x-1=3\sqrt{(x+1)^3}+\sqrt{x+1}\Leftrightarrow f(x-1)=f\left(\sqrt{x+1}\right)$.

Xét hàm số: $f(t)=3t^3+t,\ t\ge -2$.

$f'(t)=9t^2+1>0\ \ \forall t\in[-2;+\infty)$.

$\Rightarrow$ Hàm số f liên tục và đồng biến trên $[-2;+\infty)$.

Do đó: $f(x-1)=f\left(\sqrt{x+1}\right)\Leftrightarrow\sqrt{x+1}=x-1\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\ x+1=(x-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=3$.

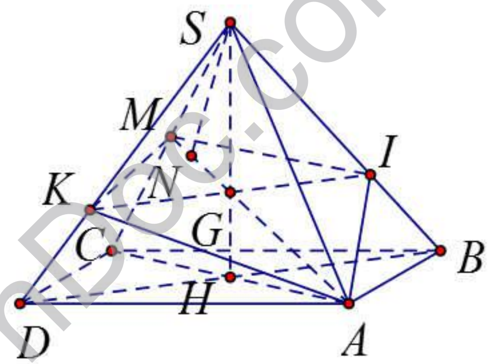
So với điều kiên, suy ra: phương trình đã cho có 1 nghiệm: $x=3$.

Câu 2. **[2H1-2.6-4]** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên và cạnh đáy cùng bằng m, gọi M là trung điểm của SC. Một mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD, lần lượt cắt $SB,\ SD$ tại I,K.

a) Tính thể tích khối đa diện $SMIAK$.

b) Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (P).

Lời giải



a) Gọi H là tâm hình vuông $ABCD\Rightarrow SH\subset(SAC)$.

Gọi $G=SH\cap AM$, suy ra K,G,I cùng thuộc giao tuyến của hai mp (SAC) và (P).

Mà $(P)//BD\Rightarrow KI//BD$ (1).

M,H lần lượt là trung điểm SC,AC nên G là trọng tâm $\Delta SAC\Rightarrow SG=\dfrac{2}{3}SH$.

Kết hợp với (1) $\Rightarrow SI=\dfrac{2}{3}SB$.

Lại có $AC=m\sqrt{2}\Rightarrow\Delta SAC$ vuông cân tại $S\Rightarrow SH=\dfrac{m}{\sqrt{2}}$.

$$\frac{V_{SAMI}}{V_{SABC}}=\frac{SA.SM.SI}{SA.SC.SB}=\frac{\frac{1}{2}SA.\frac{2}{3}SB}{SC.SB}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{SAMI}=\frac{1}{3}V_{SABC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.BA.BC.SH=\frac{1}{18}.\frac{m^3}{\sqrt{2}}.$$

Tương tự $\Rightarrow V_{SAMK}=\dfrac{1}{3}V_{SADC}=\dfrac{1}{18}.\dfrac{m^3}{\sqrt{2}}\Rightarrow V_{SAIMK}=V_{SAMI}+V_{SAMK}=\dfrac{m^3\sqrt{2}}{18}$ (đvtt).

b) <u>**Cách 1:**</u> $MA=\sqrt{SM^2+SA^2}=\sqrt{\frac{m^2}{4}+m^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$\frac{IK}{BD}=\frac{SG}{SH}=\frac{2}{3}\Rightarrow IK=\frac{2}{3}BD=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

$BD\perp(SAC)\Rightarrow IK\perp(SAC)\Rightarrow IK\perp AM\Rightarrow S_{AIMK}=\frac{1}{2}AM.IK=\frac{m^2\sqrt{10}}{6}$.

Khoảng cách từ S đến mp$(AIMK)$ là $SN=\frac{3V_{SAIMK}}{S_{AIMK}}=\frac{m^3\sqrt{2}}{6}:\frac{m^2\sqrt{10}}{6}=\frac{m}{\sqrt{5}}$.

<u>**Cách 2:**</u> Từ S hạ $SN\perp AM$ tại N, mà

$BD\perp(SAC)\Rightarrow SN\perp BD\Rightarrow SN\perp IK\Rightarrow SN\perp(AIMK)$.

ΔSAM vuông tại $S\Rightarrow\frac{1}{SN^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{SM^2}=\frac{1}{m^2}+\frac{4}{m^2}\Rightarrow SN=\frac{m}{\sqrt{5}}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.C	4.B	5.D	6.C	7.C	8.B	9.A	10.C
11.A	12.B	13.D	14.D	15.C	16.D	17.D	18.A	19.B	20.B
21.B	22.A	23.C	24.A	25.C	26.D	27.B	28.C	29.B	30.B
31.A	32.A	33.C	34.C	35.C	36.C	37.B	38.C	39.D	40.A